

Chapitre 12 – Grandeurs, mesures et espaces

Compétences à valider :

- Savoir utiliser les formules d'aires et de volumes
- Savoir utiliser les grandeurs composés.
- Savoir contrôler la cohérence de ses résultats du point de vue des unités des grandeurs composés.

I. Calculs d'aires

On rappelle les formules d'aires pour les surfaces les plus usuelles :

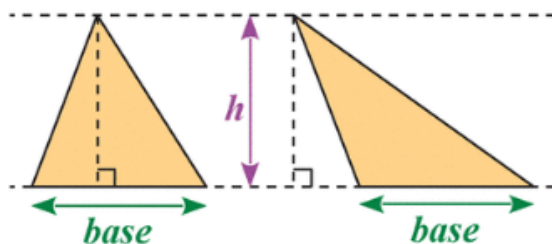
Formules d'aire

Rectangle : $\mathcal{A} = \text{Longueur} \times \text{largeur}$

Carré : $\mathcal{A} = \text{côté}^2$

Triangle quelconque :

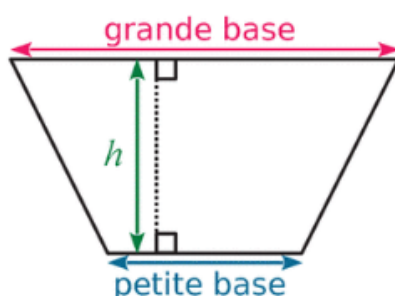
$$\mathcal{A} = \text{base} \times \text{hauteur} \div 2$$



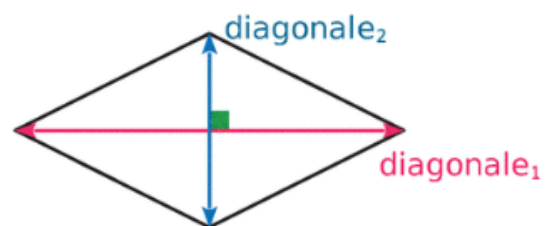
Disque : $\mathcal{A} = \pi \times \text{rayon}^2$

Trapèze :

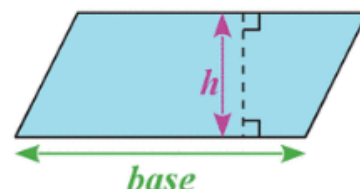
$$\mathcal{A} = \frac{(\text{grandebase} + \text{petite base}) \times \text{hauteur}}{2}$$



Losange : $\mathcal{A} = \frac{\text{diagonale}_1 \times \text{diagonale}_2}{2}$



Parallélogramme : $\mathcal{A} = \text{base} \times \text{hauteur}$

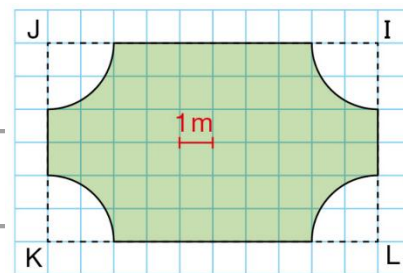


Enveloppe latérale d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution :

$$\mathcal{A} = \text{Périmètre de la base} \times \text{hauteur}$$

Sphère : $\mathcal{A} = 4 \times \pi \times \text{rayon}^2$.

Exemples : Donner une valeur approchée au centième près de l'aire, en m^2 , de la surface verte.



II. Calculs de volume

On peut définir le volume d'un objet comme un « empilement » de surface identiques, ce qui nous donne les formules suivantes :

Formule de volume

Cube : $V = \text{côté}^3$

Pavé droit :

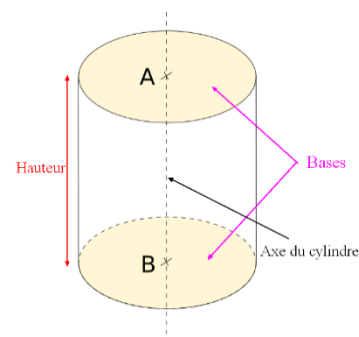
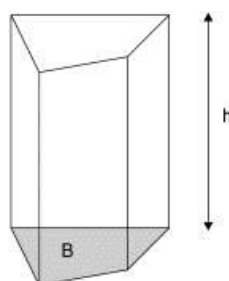
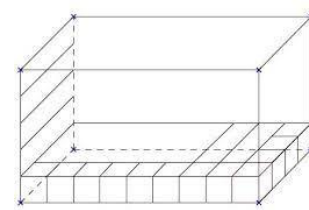
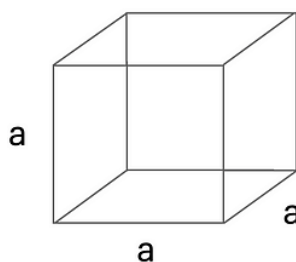
$V = \text{longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$

Prisme Droit :

$V = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur}$

Cylindre de révolution :

$V = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$



Conversion volume :**A savoir,**

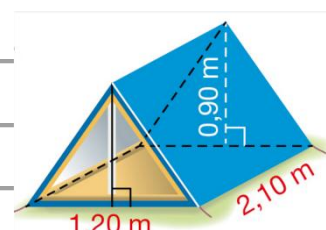
$$1m^3 = 1000L$$

$$1cm^3 = 1mL$$

km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
				kl hl dal l dl cl ml		
			2	5	7	0

$$2,57 m^3 = 2\,570 dm^3 = 2\,570 \ell$$

Exercices : Cette tente a la forme d'un prisme droit. Calculer son volume puis convertir en litres.



Pour certains volumes, les formules sont un peu plus complexes :

Pyramide :

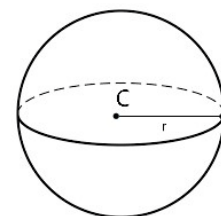
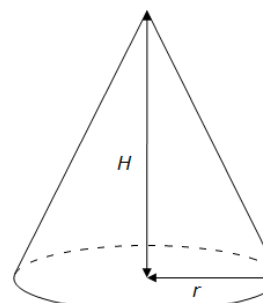
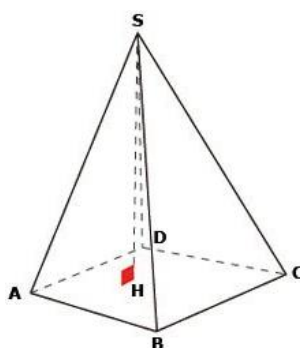
$$V = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

Cône de révolution :

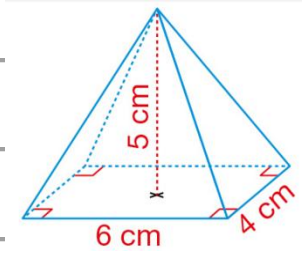
$$V = \frac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$$

Boule :

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$$



Exercices : Une pyramide a une base rectangulaire de dimensions 4cm et 6cm et sa hauteur mesure 5cm. Calculer le volume de cette pyramide.



III. Les grandeurs produits ou quotients

Définition : Une grandeur produit

Une **grandeur produit** est obtenue en **multipliant** deux (ou plus) grandeurs.

Exemples :

→ L'aire est donnée en mètres carrés : $m \times m = m^2$ ou $cm \times cm = cm^2$

→ Le volume est donné en mètres cubes : $m \times m \times m = m^3$

→ L'énergie électrique est donnée en kilowattheure : $kW \times h = kWh$

Exercice : L'énergie consommée par un appareil électrique est une grandeur produit donnée par la formule : $\text{Energie} = \text{Puissance} \times \text{temps}$

Si la puissance de l'appareil est exprimée en **W** (watts) et le temps de fonctionnement en heures alors l'énergie consommée s'exprime en **Wh** (Watts-heures).

Un radiateur d'une puissance de **800W** fonctionne pendant **2h**, quelle est sa consommation ?

Définition : Une grandeur quotient

Une **grandeur quotient** est obtenue en **divisant** une grandeur par une autre.

Exemples :

- Le prix peut être une grandeur quotient : €/kg (le prix au kilos) ou €/L (le prix au litre).
- La consommation d'essence L/100km (le nombre de litres pour 100km)
- La densité de population avec hab/km² (le nombre d'habitants par kilomètre carré)

Exercice : Le débit d'un robinet peut être donné entre autres en m³/h ou en L/s.

Sachant qu'il s'est écoulé **60** litres en **5** min, calculer le débit du robinet en L/min puis convertir en m³/h.

Remarque : On peut exprimer les grandeur quotient avec le symbole « / » ou bien utiliser une écriture avec « -1 », c'est la même chose.

€/kg peut aussi s'écrire $\text{€} \times \text{kg}^{-1}$

Une grandeur quotient : La vitesse moyenne

Lors du déplacement d'une voiture, la vitesse n'est pas constante. On freine, on accélère, on peut s'arrêter à un feu...

→ La vitesse moyenne est la vitesse qu'aurait eu la voiture si elle avait parcouru **la même distance avec le même temps tout en conservant toujours la même vitesse.**

$$\boxed{\text{km/h}} \quad \text{Vitesse moyenne} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}} \quad \begin{matrix} \boxed{\text{km}} \\ \boxed{\text{h}} \end{matrix}$$

Exercices : Un automobiliste effectue 225km en 3h de trajet. Calculer la vitesse moyenne du véhicule.
