Chapitre 12 – Grandeurs, mesures et espaces

Compétences à valider :

- Savoir utiliser les formules d'aires et de volumes
- Savoir utiliser les grandeurs composés.
- Savoir contrôler la cohérence de ses résultats du point de vue des unités des grandeurs composés.

I. Calculs d'aires

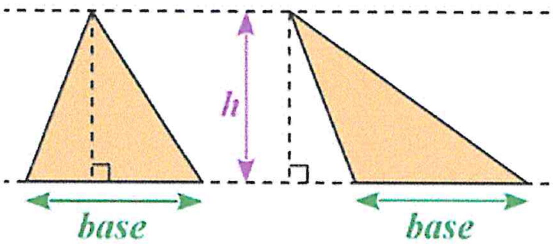
On rappelle les formules d'aires pour les surfaces les plus usuelles :

Formules d'aire

Rectangle : $\mathcal{A}$ = Longueur × largeur

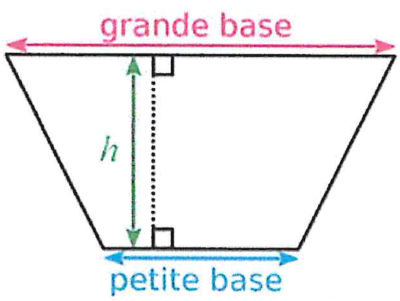
Carré : $\mathcal{A}$ = côté^2

Triangle quelconque :
$\mathcal{A}$ = base × hauteur ÷ 2

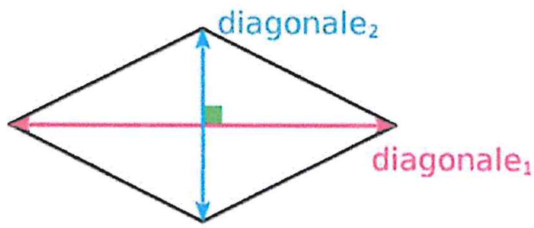


Disque : $\mathcal{A} = \pi \times \text{rayon}^2$

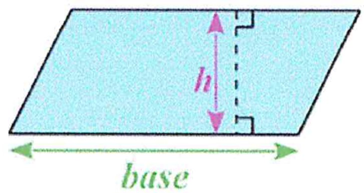
Trapèze :
$$\mathcal{A} = \frac{(\text{grande base} + \text{petite base}) \times \text{hauteur}}{2}$$



Losange : $\mathcal{A} = \dfrac{\text{diagonale}_1 \times \text{diagonale}_2}{2}$



Parallélogramme : $\mathcal{A}$ = base × hauteur

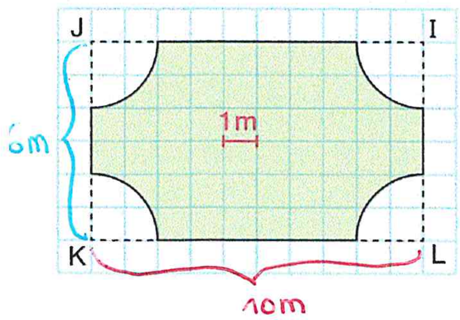


Enveloppe latérale d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution :
$\mathcal{A}$ = Périmètre de la base × hauteur

Sphère : $\mathcal{A} = 4 \times \pi \times \text{rayon}^2$.

ex 1, 2

Exemples : Donner une valeur approchée au centième près de l'aire, en m², de la surface verte.



Aire verte = Aire rect − 4 quarts de cercle
$= 10 \times 6 - \pi \times 2^2$
$= 60 - 4\pi$
Aire verte ≈ 47,43
L'aire est d'environ 47,43 m²

II. Calculs de volume

On peut définir le volume d'un objet comme un « empilement » de surface identiques, ce qui nous donne les formules suivantes :

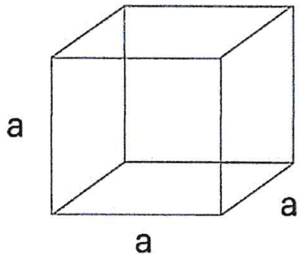
Formule de volume

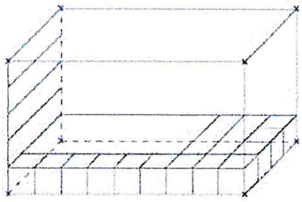
Cube : $\mathcal{V} = \text{côté}^3$

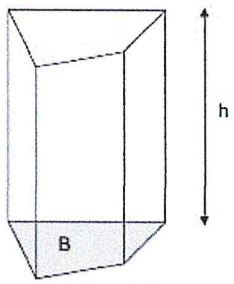
Pavé droit :
$\mathcal{V} = \text{longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$

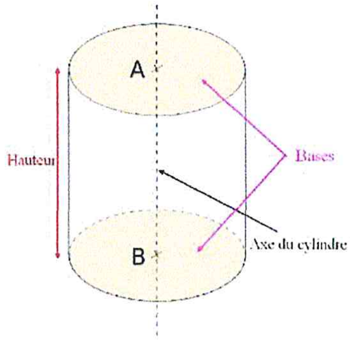
Prisme Droit :
$\mathcal{V} = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur}$

Cylindre de révolution :
$\mathcal{V} = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$









ex 4,5,

Conversion volume :

A savoir,

$1m^3 = 1000L$

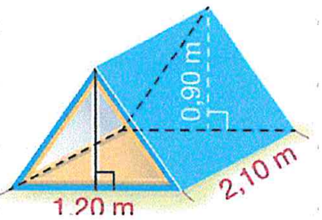
$1cm^3 = 1mL$

ex3

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
											kℓ	hℓ	daℓ	ℓ	dℓ	cℓ	mℓ			
											2	5	7	0						

$2{,}57\ m^3 = 2\ 570\ dm^3 = 2\ 570\ \ell$

Exercices : Cette tente a la forme d'un prisme droit. Calculer son volume puis convertir en litres.



La tente est un prisme droit à base triangulaire

$\mathcal{V} = \dfrac{1{,}20 \times 0{,}9}{2} \times 2{,}10$

$\mathcal{V} = 1{,}134\ m^3 = 1134\ L$

Le volume de la tente est de 1,134 m³ soit 1134 litres

Pour certains volumes, les formules sont un peu plus complexes :

Pyramide :

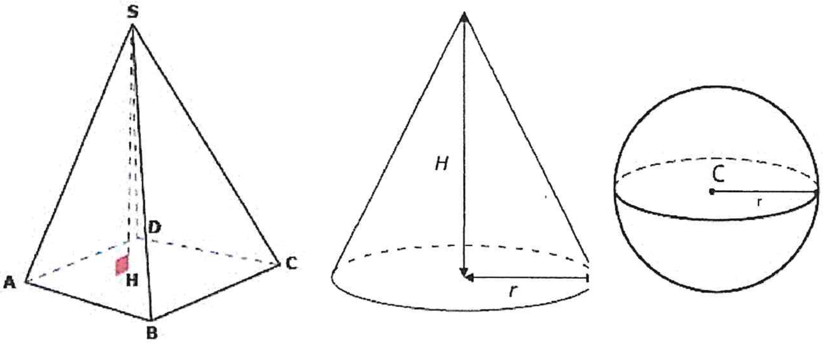
$$\mathcal{V} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

Cône de révolution :

$$\mathcal{V} = \frac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$$

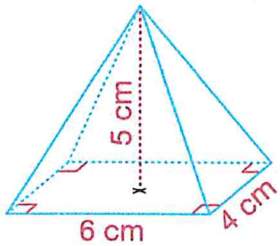
Boule :

$$\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$$



ex 6, 7

Exercices : Une pyramide a une base rectangulaire de dimensions 4cm et 6cm et sa hauteur mesure 5cm. Calculer le volume de cette pyramide.



$\mathcal{V} = \frac{6 \times 4 \times 5}{3} = 40 \text{ cm}^3$

Le volume de la pyramide est de 40 cm³

III. Les grandeurs produits ou quotients

Définition : Une grandeur produit

Une **grandeur produit** est obtenue en **multipliant** deux (ou plus) grandeurs.

ex 8, 9

Exemples :

- ➔ **L'aire** est donnée en mètres carrés : $m \times m = m^2$ ou $cm \times cm = cm^2$
- ➔ **Le volume** est donné en mètres cubes : $m \times m \times m = m^3$
- ➔ **L'énergie électrique** est donnée en kilowattheure : $kW \times h = kWh$

Exercice : L'énergie consommée par un appareil électrique est une grandeur produit donnée par la formule : Energie = Puissance × temps

Si la puissance de l'appareil est exprimée en W (watts) et le temps de fonctionnement en heures alors l'énergie consommée s'exprime en Wh (Watts-heures).

Un radiateur d'une puissance de 800W fonctionne pendant 2h, quelle est sa consommation ?

Energie = Puissance × Temps = 800 × 2 = 1600 Wh

La consommation du radiateur est de 1600 Wh.

Définition : Une grandeur quotient

Une **grandeur quotient** est obtenue en **divisant** une grandeur par une autre.

exc 10, 11, 12

Exemples :

- ➔ **Le prix** peut être une grandeur quotient : €/kg (le prix au kilos) ou €/L (le prix au litre).
- ➔ **La consommation d'essence** L/100km (le nombre de litres pour 100km)
- ➔ **La densité de population** avec hab/km² (le nombre d'habitants par kilomètre carré)

Exercice : Le débit d'un robinet peut être donné entre autres en m^3/h ou en L/s.

Sachant qu'il s'est écoulé 60 litres en 5 min, calculer le débit du robinet en L/min puis convertir en m^3/h.

$60 \div 5 = 12\ L/min \xrightarrow{\times 60} 720\ L/h \xrightarrow{\div 1000} 0{,}72\ m^3/h$

Remarque : On peut exprimer les grandeur quotient avec le symbole « / » ou bien utiliser une écriture avec « -1 », c'est la même chose.

$€/kg$ peut aussi s'écrire $€ \times kg^{-1}$

Une grandeur quotient : La vitesse moyenne

Lors du déplacement d'une voiture, la vitesse n'est pas constante. On freine, on accélère, on peut s'arrêter à un feu…

- ➔ La vitesse moyenne est la vitesse qu'aurait eu la voiture si elle avait parcouru **la même distance avec le même temps tout en conservant toujours la même vitesse.**

$$\textit{Vitesse moyenne} = \frac{\textit{distance}}{\textit{temps}}$$

km/h

km

h

exc 13, 14, 15

Exercices : Un automobiliste effectue 225km en 3h de trajet. Calculer la vitesse moyenne du véhicule.

$v = \frac{225}{3} = 75\ km/h$

La vitesse moyenne du véhicule est de 75 km/h.