Chapitre 10 : Parallélisme et parallélogramme

Compétences à valider :

- **Connaître le vocabulaire des angles**
- **Connaître le lien entre angles et parallélisme**
- **Connaître les propriétés du parallélogramme**
- **Savoir construire un parallélogramme**

I. Les angles et le parallélisme

Vocabulaire des angles :

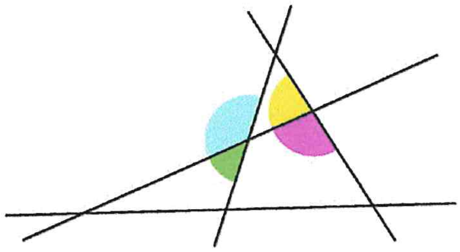
Lorsque deux segments se rejoignent en un point cela forme un angle qui peut être :

- aigu s'il fait entre 0 et 90° ;
- droit s'il fait **exactement 90°** ;
- obtus s'il fait entre 90 et 180° ;
- plat s'il fait **exactement 180°.**

ex 1

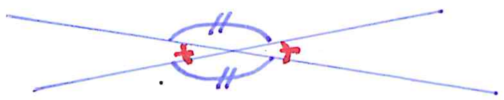
Exercice : Donner la nature des angles ci-contre.

Les angles verts et jaunes sont aigus. Les angles bleu et rose sont obtus



Définition :

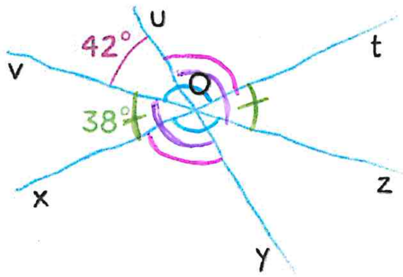
Les angles situés de **part et d'autre d'un sommet**, l'un en face de l'autre, sont les angles opposés par le sommet



Propriété 1 :

Si deux angles sont **opposés par le sommet** alors ils ont la même mesure ex 2

Exemple : les droites (tx), (vz), (uy) sont concourantes en O. Dans chaque cas, citer l'angle opposé par le sommet et donner sa mesure :



a) $\widehat{xOv} = \widehat{tOz} = 38°$

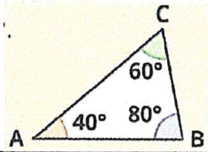
b) $\widehat{xOz} = \widehat{tOv} = 180° - 38° = 142°$

c) $\widehat{uOz} = \widehat{yOv} = 180° - 42° = 138°$

d) $\widehat{tOu} = \widehat{xOy} = 180 - 42 - 38 = 100°$

Propriété 2 :

Dans un triangle, la **somme des mesures des trois angles** est égale à 180°

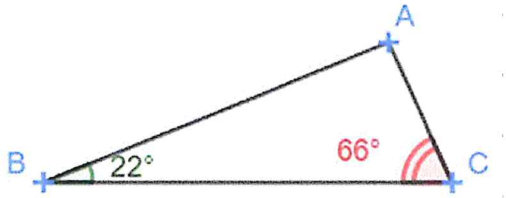


ex 3,4

Vidéo-Méthode
Calculer un angle dans un triangle
www.lienmini.fr/345-806

Exercice : Sans rapporteur, déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

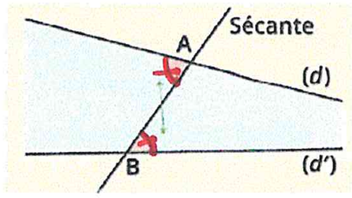
La somme des angles du triangle vaut 180°
donc $\widehat{BAC} = 180° - 22° - 66° = 92°$
L'angle $\widehat{BAC}$ vaut 92°

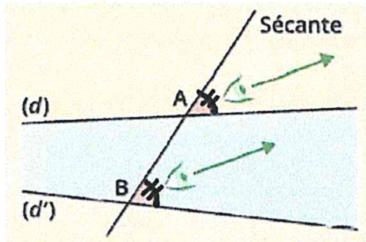


Définition :

Soient deux droites (d) et (d') qui ne sont **pas parallèles** et une droite **sécante.**

- Les angles situés de **part et d'autre** de la sécante et à l'**intérieur** de la bande sont les angles alternes - internes
- Les angles situés d'un **même côté de la sécante** sont des angles correspondants



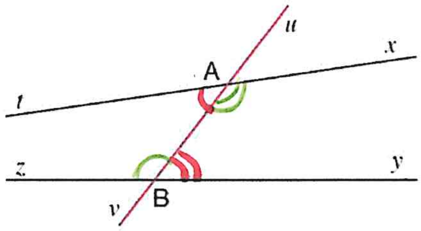


Vidéo-Méthode
PLAYLIST : Reconnaître des angles alternes-internes et correspondants
www.lienmini.fr/345-8081

ex 5

Exemple : En observant les droites ci-dessous, donner des couples d'angles :

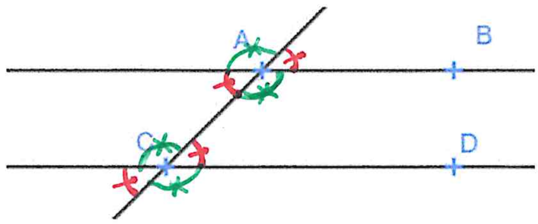
- Alternes-internes : $\widehat{tAB}$ et $\widehat{ABy}$ $\widehat{xAB}$ et $\widehat{zBA}$
- Correspondants : $\widehat{tAB}$ et $\widehat{zBv}$, $\widehat{tAu}$ et $\widehat{zBA}$ etc...



Propriété 3 :

Si deux droites **parallèles** sont coupées par une sécante alors les angles **alternes-internes** sont ..égaux..........

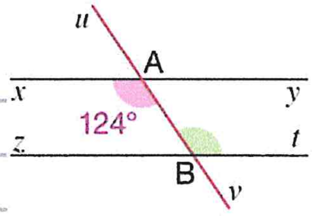
Si deux droites **parallèles** sont coupées par une sécante alors les angles **correspondants** sont ..égaux............



Vidéo-Méthode
Utiliser les propriétés sur les angles et le parallélisme
www.lienmini.fr/345-810

ex 6,7

Exemple : les droites (xy) et (zt) sont parallèles et la droite (uv) est leur sécante. Donner la mesure de l'angle $\widehat{ABt}$ en justifiant.



Les droites (xy) et (zt) sont parallèles donc les angles $x\widehat{A}B$ et $\widehat{ABt}$ qui sont alternes-internes, sont égaux
d'où $x\widehat{A}B = \widehat{ABt} = 124°$
L'angle $\widehat{ABt}$ vaut 124°

Propriété 4 :

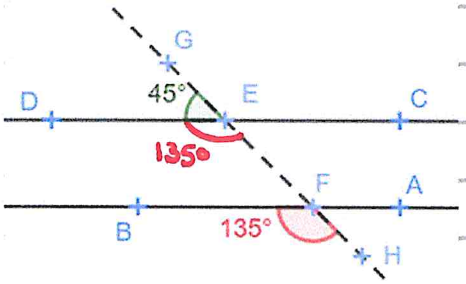
Si deux droites coupées par une sécante forment **deux angles alternes-internes de même mesure**, alors ces droites sont ...parallèles...

Si deux droites coupées par une sécante forment **deux angles correspondants de même mesure**, alors ces droites sont ...parallèles...

exc 8, 9

Vidéo-Méthode Utiliser les propriétés sur les angles et le parallélisme www.lienmini.fr/345-810

Exemple : Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?



L'angle $\widehat{GEF}$ est plat donc on a :
$\widehat{DEF} = 180° - \widehat{GED} = 180 - 45 = 135°$

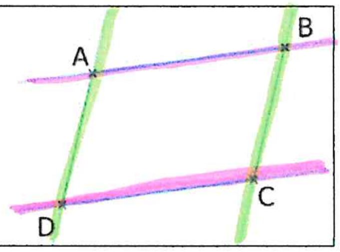
Comme les angles correspondants $\widehat{DEF}$ et $\widehat{BFH}$ sont égaux alors les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

II. Le parallélogramme

Définition :

Un parallélogramme est un quadrilatère ayant ses **côtés opposés** parallèles

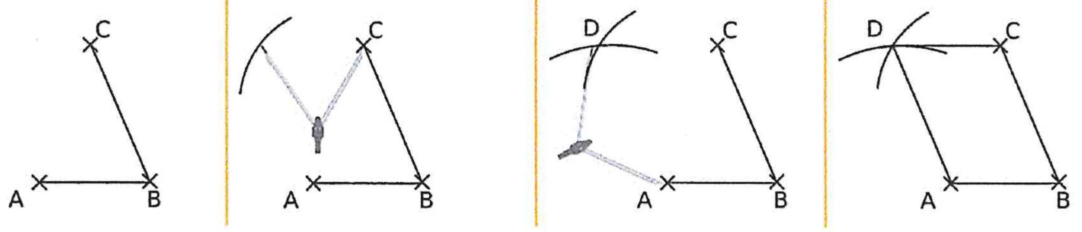
(AD) // (BC) (AB) // (DC)



exc 10

Méthode de construction d'un parallélogramme :

1. Figure de base.
2. On reporte la longueur du côté [AB] à partir du point C.
3. À partir de A, on reporte la longueur du côté [BC].
4. Figure finale.



Exercice : Placer les points A, B et C dans votre cahier d'exercices. Tracer le parallélogramme ABCD.

Vidéo-Méthode Construire un parallélogramme (côtés parallèles) www.lienmini.fr/345-1004

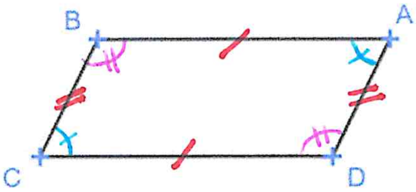
➔ Conséquence de la définition :

Si un quadrilatère a ses **côtés opposés parallèles**, alors c'est un parallélogramme

Propriété 1 :

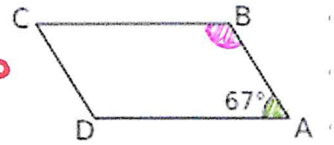
Dans un parallélogramme,

- Les **côtés opposés** ont deux à deux la **même longueur**.
- Les **angles opposés** ont deux à deux la **même mesure**.



ex 11, 12

Exercice : On considère le parallélogramme ABCD. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{CBA}$. Justifier.



Comme le quadrilatère ABCD est un parallélogramme
on sait que les angles consécutifs sont supplémentaires
donc $\widehat{DAB} + \widehat{CBA} = 180°$
d'où $\widehat{CBA} = 180° - 67° = 113°$
L'angle $\widehat{CBA}$ vaut 113°.

➔ Conséquence de la propriété 1 :

Si un quadrilatère a ses côtés **opposés de même longueur** alors c'est un parallélogramme

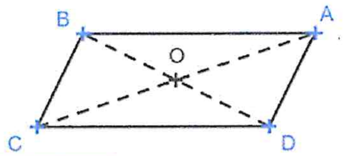
Si un quadrilatère a **deux côtés opposés parallèles ET de même longueur**, alors c'est un parallélogramme

ex 13,

Propriété 2 : Lien avec la symétrie centrale

Si un quadrilatère est un **parallélogramme**, alors ses diagonales se coupent en leur milieu

Ce point est le centre de symétrie



ex 14

Vidéo-Méthode
Construire un parallélogramme (diagonales)
www.lienmini.fr/345-1006

➔ Conséquence de la propriété 2 :

Si **les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu,** alors c'est un parallélogramme

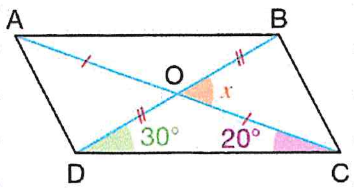
ex 15
ex 16 **

Vidéo-Méthode
Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme
www.lienmini.fr/345-1007

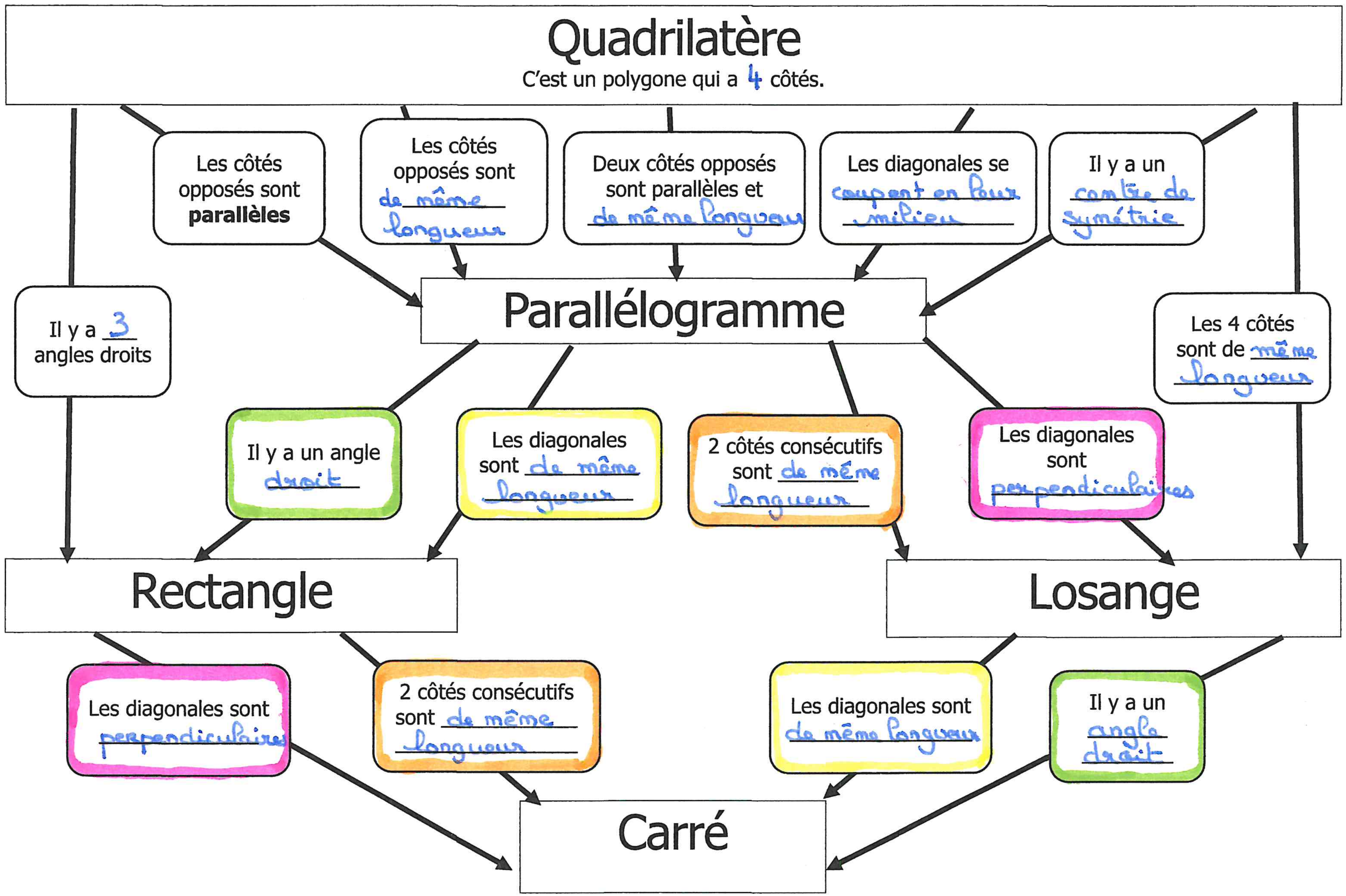
ex 17 ***

Exercice : En observant la figure ci-dessous, que pouvez-vous dire du quadrilatère ADBC ?

D'après le codage, les diagonales du quadrilatère
ABCD se coupent en leur milieu
AO = OC et BO = OD
donc ABCD est un parallélogramme



parallélogrammes particuliers 18, 19, 20, 21,
Tous R L T


Quadrilatère
C'est un polygone qui a 4 côtés.
Les côtés opposés sont **parallèles**
Les côtés opposés sont de même longueur
Deux côtés opposés sont parallèles et de même longueur
Les diagonales se coupent en leur milieu
Il y a un centre de symétrie
Il y a 3 angles droits
Parallélogramme
Les 4 côtés sont de même longueur
Il y a un angle droit
Les diagonales sont de même longueur
2 côtés consécutifs sont de même longueur
Les diagonales sont perpendiculaires
Rectangle
Losange
Les diagonales sont perpendiculaires
2 côtés consécutifs sont de même longueur
Les diagonales sont de même longueur
Il y a un angle droit
Carré