

Chapitre 9 – Les puissances

Compétences à valider :

- Comprendre et utiliser les puissances de **10** (10^n ; 10^{-n})
- Utiliser les règles de calcul sur les puissances.
- Ecrire un nombre décimal sous différentes formes faisant intervenir des puissances.
- Utiliser la notation scientifique.

I. Les puissances d'exposants positifs

Définition : Soit a un nombre relatif quelconque et n un nombre entier avec $n \geq 2$.

$$a^n = a \times a \times \dots \times a \times a$$

- a^n se lit _____
- $a \times a$ s'écrit ___ et se lit _____
- $a \times a \times a$ s'écrit ___ et se lit _____

Exemples :

3 à la puissance 4	0 à la puissance 4	1 à la puissance 5	9 à la puissance 1	-3 à la puissance 4
			9^1	
	$0 \times 0 \times 0 \times 0$			

Cas particuliers :

- $a^1 = a$ pour tout nombre a .
- $a^0 = 1$ pour tout nombre a non nul.
- $0^n = 0$ pour tout nombre entier n non nul.
- $1^n = 1$ pour tout nombre entier n .

Attention aux signes ! Ne pas confondre

$$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81 \quad \text{et} \quad -3^4 = -(3 \times 3 \times 3 \times 3) = -81$$

Exemples : Calculer.

$$A = (-5)^2$$

$$B = -1^2$$

$$C = (-1)^2$$

$$D = -3^3$$

$$E = (-2)^2$$

$$F = -7^2$$

$$G = (-9)^0$$

$$H = -9^0$$

II. Les puissances d'exposants négatifs

Définition : Soit a un nombre relatif non nul et n un nombre entier.

a^{-n} désigne l'inverse de a^n

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exemples : Calculer :

$$A = 2^{-3}$$

$$B = 3^{-2}$$

$$C = 5^{-10}$$

Cas particulier :

Pour $a \neq 0$, $a^{-1} = \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a}$

Exemples : Calculer 2^{-1} , 8^{-1} et 10^{-1}

III. Les puissances de 10

Définition : Soit n un nombre entier supérieur ou égal à 1 ($n \geq 1$).

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10 \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$$

- 10^n se lit _____
- 10×10 s'écrit ___ et se lit _____
- $10 \times 10 \times 10$ s'écrit __ et se lit _____

Par convention, $10^1 = 10$ et $10^0 = 1$

Exemples :

$$10^3 =$$

$$10^6 =$$

$$10^9 =$$

Propriété : Soit n un nombre entier supérieur ou égal à 1 ($n \geq 1$).

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,0 \dots 01}_{\text{avec } n \text{ zéros}}$$

Exemples :

$$10^{-6} =$$

$$10^{-3} =$$

Vocabulaire : On utilise des **préfixes** pour simplifier l'écriture des mesures exprimées en puissances de dix.

Préfixe	Notation	Puissance de 10	Exemple
exa	E	10^{18} trillion	
peta	P	10^{15} milliard	
téra	T	10^{12} billion	distance Terre-Soleil 0,15 Tm
giga	G	10^9 milliard	diamètre du soleil 1,4 Gm
mega	M	$10^6 = 1\ 000\ 000$	rayon de la Terre 6,4 Mm
kilo	k	$10^3 = 1\ 000$ mille	hauteur du Mont Blanc 4,8 km
hecto	h	$10^2 = 100$ centaine	hauteur de la Tour Eiffel 3,24 hm
déca	da	$10^1 = 10$ dizaine	
unité		$10^0 = 1$	hauteur d'un homme 1,75 m
déci	d	$10^{-1} = 0,1$ dixième	
centi	c	$10^{-2} = 0,01$ centième	taille d'un cube de sucre 1,8 cm x
milli	m	$10^{-3} = 0,001$ millième	longueur d'une fourmi 1 à 3 mm
micro	μ	$10^{-6} = 0,000\ 001$	taille d'une cellule 20μm à 100 μm
nano	n	10^{-9}	taille des molécules d'ADN 1 nm
pico	p	10^{-12}	taille des atomes 100 pm
femto	f	10^{-15}	taille du noyau des atomes 1 fm
atto	a	10^{-18}	taille des quarks 1 am

De combien d'octets correspond une clé USB de capacité 2Go ?

IV. La notation scientifique et les très grands et très petits nombres

Définition : La notation scientifique

La notation scientifique d'un nombre décimal différent de 0 est la seule écriture de la forme

$$a \times 10^n$$

Exemple : 732 800 s'écrit $7,328 \times 10^5$ en notation scientifique.

Exercice : Donner la notation scientifique des nombres suivants :

$$A = 8\,300\,000 ; B = 0,000\,456 ;$$

Méthode de comparaison :

Pour comparer deux nombres le plus simple c'est la notation scientifique !

- 1) **On compare d'abord les puissances de 10.** Par exemple, entre 2×10^6 et 5×10^2 , on voit facilement que $1\,000\,000 > 100$ donc $2 \times 10^6 > 5 \times 10^2$.
- 2) **Si les puissances sont les mêmes, on compare les facteurs placés devant.** Par exemple, entre $7,1 \times 10^3$ et $7,2 \times 10^3$, on voit que $7,1 < 7,2$ donc $7,1 \times 10^3 < 7,2 \times 10^3$

Exercice : Comparer les valeurs 72×10^{-2} et 8×10^{-3} , ainsi que les valeurs -2×10^2 et -30×10^1 .

Méthode d'encadrement :

Quand on a un nombre écrit avec la notation scientifique, il est simple d'encadrer le nombre entre deux puissances de 10.

$$10^5 < 7,5 \times 10^5 < 10^6$$

Exercice : Donner un encadrement des valeurs $8,2 \times 10^7$ et $-3,1 \times 10^2$.
