Chapitre 8 – La proportionnalité

Compétences à valider :

- Savoir reconnaître une situation de proportionnalité.
- Savoir compléter un tableau de proportionnalité.
- Connaître et utiliser la notion de ratio.
- Savoir appliquer ou calculer un pourcentage.
- Savoir appliquer ou calculer une échelle

I. Le tableau de proportionnalité

Définition : Le tableau et coefficient de proportionnalité

Un tableau est dit **« de proportionnalité »** lorsque les nombres de la deuxième ligne s'obtiennent en multipliant ceux de la première **par un même nombre.**

Ce nombre est appelé coefficient de proportionnalité.

× 5

2	**7**
10	**35**

Pour calculer un coefficient de proportionnalité on divise la 2ème ligne par la 1ère

exc 1

Exercice : Le prix au kilos de cerises est **proportionnel** à leur masse en kilos.

Masse en kg	4	5
Prix en €	11,20	

× 2,8

1. Calculer le coefficient de proportionnalité.
2. Combien vaut 5kg de cerises ?

$\frac{11,20}{4} = 2,8$ Le coefficient de proportionnalité est de 2,8

$5 \times 2,8 = 14$ 5kg de cerises coutent 14€.

Définition : Le passage à l'unité

Quand on calcule le coefficient de proportionnalité, on calcule la **colonne** unitaire du tableau de proportionnalité.

exc 2

Exemple :

Masse en kg	4	1	5
Prix en €	11,20	2,8	14

×2,8

Propriétés additives et multiplicatives des colonnes d'un tableau de proportionnalité.

Dans un tableau de proportionnalité, on remplir certaines colonnes en **additionnant deux colonnes** ou **en multipliant des colonnes.**

exc 3

Exemple : Utiliser les propriétés additives et multiplicatives du tableau pour compléter le tableau.

+ ×2

Nombre de pains achetés	3	5	8	16
Prix payé en euros	1,80	3	4,80	9,60

+ ×2

Vidéo-Méthode
Appliquer la proportionnalité
www.lienmini.fr/345-603

Méthode : Comment savoir si un tableau est proportionnel

Un tableau est proportionnel si le coefficient de proportionnalité est **identique pour chaque colonne** du tableau.

Vidéo-Méthode
Reconnaître un tableau de proportionnalité
www.lienmini.fr/345-602

exc 4, 5, 6

Exercice : Dire si les tableaux suivants sont proportionnels.

Nombre de macarons	2	8
Prix en euros	2,40	9,60

$\frac{2,40}{2} = 1,2$ $\frac{9,60}{8} = 1,2$

Les coefficients sont les mêmes le tableau est donc proportionnel

Durée de location en heures	2	5
Prix en euros	17	38

$\frac{17}{2} = 8,5$ $\frac{38}{5} = 7,6$

Les coefficients sont différents donc le tableau n'est pas proportionnel.

II. Exemples de situation de proportionnalité

A. Le ratio

Vidéo-Méthode
Calculer un ratio
www.lienmini.fr/345-604

Vidéo-Méthode
Partager une quantité dans un ratio donné
www.lienmini.fr/345-605

Activité introductoire :

Julie et Evan veulent faire un gâteau. Dans la recette, il y a 100g de beurre et 300g de farine. Il y a aussi 200g de sucre.

	Beurre	Farine	Sucre
Masse en g	100	300	200
Ratio	1	3	2

1) Compléter la première ligne du tableau ci-dessus.
2) Compléter la phrase « Pour 1 part de beurre, on a 3 parts de farine. »
3) Compléter la phrase « Pour 3 parts de farine, on a 2 parts de sucre. »
4) Compléter la deuxième ligne du tableau.

➔ On dira que la masse de beurre par rapport à la masse de farine est dans le ratio 1 : 3 (1 pour 3) ou que la masse de farine par rapport à la masse de beurre est dans le ratio 3 : 1 (3 pour 1).

➔ On dira que la masse de sucre par rapport à la masse de farine est dans le ratio 2 : 3 (2 pour 3) ou que la masse de farine par rapport à la masse de sucre est dans le ratio 3 : 2 (3 pour 2).

Définition :

On dit que deux nombres a et b sont dans le **ratio 2 : 3 (2 pour 3)** si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$

On dit que trois nombres a, b, et c sont dans le **ratio 1 : 2 : 3 (1 pour 2 pour 3)** si $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3}$

ex 7, 8, 9

Exemple : Lucas, Sofiane et Eva se partage la somme de 150€ selon le ratio 2 : 3 : 5. Combien chacun recevra-t-il ?

$2 + 3 + 5 = 10$ Il y a 10 parts au total
$150 \div 10 = 15$ Il y a 15 € par part donc Lucas aura
$15 \times 2 = 30$ 30 €, Sofiane 45 € et Eva 75 €.
$15 \times 3 = 45$
$15 \times 5 = 75$

B. L'échelle

Définition : L'échelle

L'**échelle** d'un plan est le coefficient de proportionnalité entre les distances sur le plan et les distances réelles, exprimées avec la même unité. On l'exprime par une fraction de numérateur égal à 1.

$$e = \frac{\textit{distance sur le plan}}{\textit{distance réelle}}$$

ex 10, 11, 12**, 13

Vidéo-Méthode Utiliser une échelle www.lienmini.fr/345-606

Vidéo-Méthode Calculer une échelle www.lienmini.fr/345-607

Exemple : Un plan de ville est à l'échelle $\frac{1}{4000}$.

1 m = 100 cm

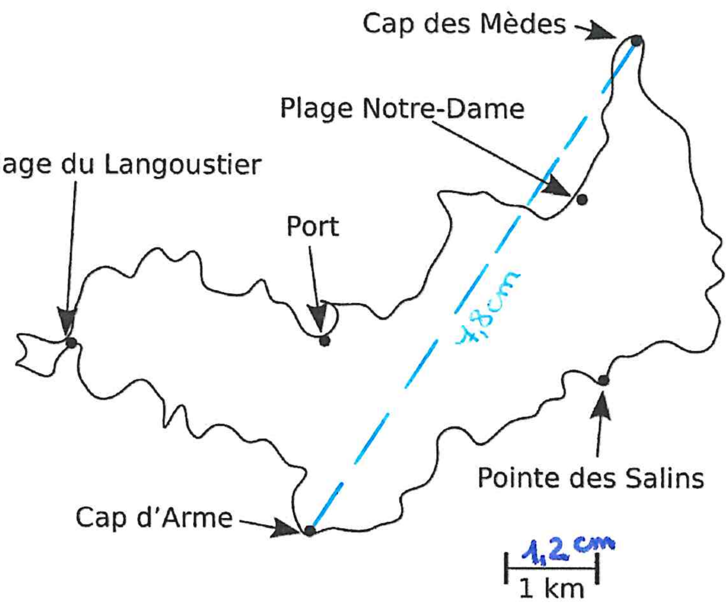
Compléter la phrase : « 1cm sur ce plan représente dans la réalité, 4000 cm c'est-à-dire 40 m. »

Compléter le tableau suivant :

Distance sur le plan (en cm)	1	4.5	7,5
Distance dans la réalité (en m)	40	180	300

×40

Exercice : Voici une carte schématisant l'île de Porquerolles dans le département du Var.
On veut trouver l'échelle de la carte et en déduire la distance à vol d'oiseau entre les deux caps.



1) Compléter la phrase en regardant la carte : « 1km dans la réalité, mesure 1,2 cm sur la carte. »
2) En déduire la colonne unitaire du tableau de proportionnalité.
3) Trouver l'échelle de la carte.
4) Finir en calculant la distance à vol d'oiseau entre les deux caps.

Distance sur le plan (en cm)	1,2	1	7,8
Distance dans la réalité (en km)	1	$\frac{5}{6}$	6,5

$\times \frac{5}{6}$

2°) $\frac{1}{1,2} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ Le coefficient de proportionnalité est $\frac{5}{6}$

4°) 1cm devient $\frac{5}{6}$ km soit environ 0,833 km soit 833 m soit 83300cm

L'échelle de la carte est donc d'environ $\frac{1}{83\,300}$

5°) Il y a 7,8 cm sur la carte entre les deux caps soit une distance à vol d'oiseau de 6,5 km.

C. Les pourcentages

Définition :

Un **pourcentage** traduit une **situation de proportionnalité** où la quantité totale est ramenée à **100.**

exc. 14, 15, 16*, 17**

Vidéo-Méthode
Appliquer un pourcentage (1)
www.lienmini.fr/345-610

Vidéo-Méthode
Appliquer un pourcentage (2)
www.lienmini.fr/345-611

Exemple : Dans une classe de 25 élèves, 6 élèves sont blonds, 1 est roux, 10 sont bruns et 8 ont les cheveux noirs. Calculer les pourcentages d'élèves ayant chacun leur couleur de cheveux dans la classe en complétant le tableau suivant.

	Blonds	Roux	Bruns	Noirs	TOTAL
Effectif	6	1	10	8	25
Pourcentage	24	4	40	32	100 %

×4

$100 \div 25 = 4$ Le coefficient de proportionnalité est 4.

Il y a donc 24 % de blonds dans cette classe,
4 % de roux,
40 % de bruns
et 32 % d'élèves avec des cheveux noirs

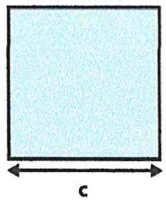
D. Grandeurs proportionnelles

Propriété :

Deux grandeurs sont dites **proportionnelles** si on peut passer **de l'une à l'autre** en multipliant toujours par la même valeur

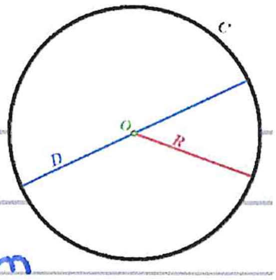
ex 18, 19

Exemple : Le périmètre P d'un carré et la longueur c de son côté car P = 4 x c.



Exercice : Dire si les grandeurs sont proportionnelles ou non.

- Le périmètre P d'un cercle par rapport à son rayon R.



$P = 2 \times \pi \times R$

$2 \times \pi$ ne change pas donc le périmètre d'un cercle est bien proportionnel par rapport à son rayon

- Le prix P à payer et la masse m de tomates achetées.

2,40€ /kg

$P = 2{,}40 \times m$

Le prix du kilo ne change pas donc le prix à payer est bien proportionnel à la masse

+ 20, 21, 22