Chapitre 7 : Les fractions

Compétences à valider :

- Savoir écrire un quotient sous son écriture décimale, fractionnaire ou sous la forme d'une somme.
- Savoir placer une fraction sur une droite graduée.
- Savoir reconnaître et produire des fractions égales.
- Savoir comparer et simplifier des fractions.
- Savoir additionner ou soustraire des fractions.

I. Généralités sur les fractions

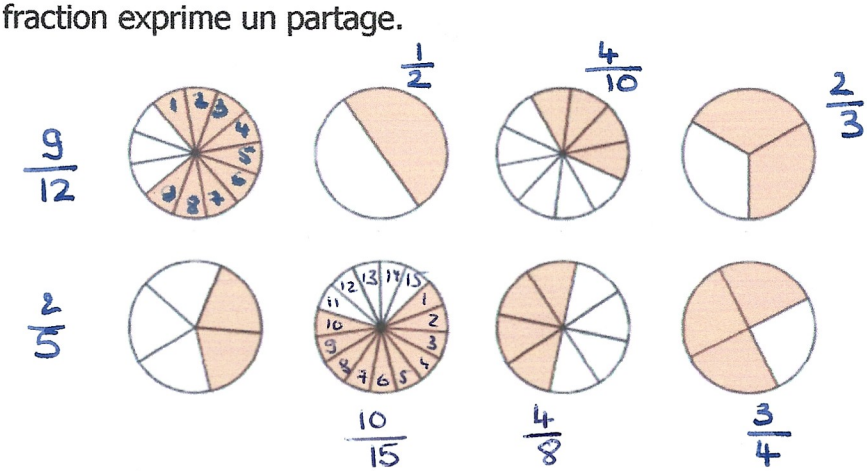
Vidéo-Méthode
Représenter un partage à l'aide d'une fraction
www.lienmini.fr/345-201

Définition :

Une fraction est un nombre que l'on peut écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ avec a un **nombre entier** et b un **nombre entier positif différent de 0.**

$a : b = \frac{a}{b}$ ← numérateur (nuage)
$a : b = \frac{a}{b}$ ← dénominateur (désert)

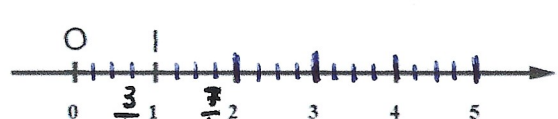
Exemples : Une fraction exprime un partage.



Méthode pour placer une fraction sur une droite graduée :

1. On commence par diviser une unité en autant de graduations égales que le dénominateur donné.
2. On compte autant de graduations que le numérateur donné.

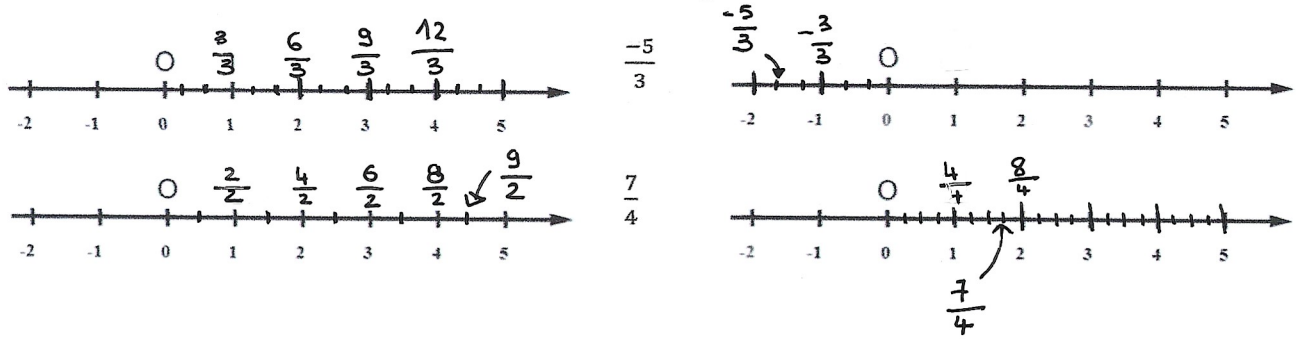
On veut placer la fraction $\frac{3}{4}$ *et* $\frac{7}{4}$.



Vidéo-Méthode
Placer une fraction sur une droite graduée
www.lienmini.fr/345-203

Exemples : Placer les fractions suivantes sur les droites graduées.

$\frac{12}{3}$ $\frac{-5}{3}$



$\frac{9}{2}$ $\frac{7}{4}$

II. Plusieurs écritures de fractions

Notations :

Une fraction est un nombre que l'on peut écrire :

- avec une **écriture fractionnaire**, $\frac{5}{4}$
- avec une **écriture décimale**, $\frac{5}{4} = 5 \div 4 = 1{,}25$
- sous la **forme d'une somme de fractions.** $\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4} = 1 + \frac{25}{100}$

Vidéo-Méthode
Donner l'écriture décimale d'un quotient
www.lienmini.fr/345-215

Vidéo-Méthode
Décomposer une fraction (entier + fraction)
www.lienmini.fr/345-209

Exemple :

2 décimales

$3{,}14 = \frac{314}{100} = 3 + \frac{1}{10} + \frac{4}{100}$

écriture décimale — 2 zéros — 2 écritures fractionnaires

Exercice : compléter les écritures décimales, fractionnaire et sous la forme d'une somme.

Ecriture décimale	Ecriture fractionnaire	Somme de fractions
8,201 (3 décimales)	$\frac{8201}{1000}$	$8 + \frac{2}{10} + \frac{0}{100} + \frac{1}{1000}$
10,35 (2 décimales)	$\frac{1035}{100}$	$10 + \frac{3}{10} + \frac{5}{100}$
2,057 (3 décimales)	$\frac{2057}{1000}$	$2 + \frac{5}{100} + \frac{7}{1000}$

Propriété : Obtenir des fractions équivalentes

Une fraction ne change pas si on multiplie ou si on divise le numérateur et le diviseur par un même nombre relatif différent de zéro. On modifie juste son écriture

On obtient une fraction équivalente.

Vidéo-Méthode
Modifier l'écriture d'une fraction
www.lienmini.fr/345-204

Exemples : compléter les fractions pour obtenir des fractions équivalentes

même nombre en haut et en bas

a. $\frac{1}{5} \overset{\times 5}{=} \frac{5}{25}$ b. $\frac{7}{8} \overset{\times 9}{=} \frac{63}{72}$ c. $\frac{1}{10} \overset{\times 14}{=} \frac{14}{140}$

Vidéo-Méthode
Simplifier une fraction
www.lienmini.fr/345-205

Règle de simplification des fractions :

Pour simplifier une fraction, soit :

- on utilise **les critères de divisibilité** pour simplifier petit à petit des fractions ;

$$\frac{140}{210} = \frac{140 \div 10}{210 \div 10} = \frac{14}{21} = \frac{14 \div 7}{21 \div 7} = \frac{2}{3}$$

OU

- on **décompose le dénominateur et le numérateur en produit de facteurs premiers**, puis on **barre deux à deux les mêmes valeurs.**

$$\frac{140}{210} = \frac{1 \times 2 \times \cancel{2} \times \cancel{5} \times \cancel{7}}{1 \times \cancel{2} \times 3 \times \cancel{5} \times \cancel{7}} = \frac{2}{3}$$

Exemples : Simplifier les fractions suivantes.

$\frac{10}{25} = \frac{1 \times 2 \times \cancel{5}}{1 \times 5 \times \cancel{5}} = \frac{2}{5}$ $\frac{6}{12} = \frac{1 \times \cancel{2} \times \cancel{3}}{1 \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 2} = \frac{1}{2}$ $\frac{64}{72} = \frac{64 \div 8}{72 \div 8} = \frac{8}{9}$

$10 = 1 \times 2 \times 5$

$25 = 1 \times 5 \times 5$

$6 = 1 \times 2 \times 3$

$12 = 1 \times 2 \times 6$

$12 = 1 \times 2 \times 3 \times 2$

III. Comparaison et calculs de fractions

Vidéo-Méthode
PLAYLIST :
Mettre au même dénominateur
Comparer des fractions
Encadrer une fraction
www.lienmini.fr/345-2061

Règles de comparaison de deux fractions :

Pour comparer deux quotients de dénominateurs différents, on les met d'abord sur le **même dénominateur** puis on **compare les numérateurs.**

Exemples : Comparer les fractions suivantes.

$\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$

$3 \times 4 = 12$

$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$

$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$

$\frac{8}{12} < \frac{9}{12}$

$\frac{7}{4}$ et $\frac{8}{5}$

$4 \times 5 = 20$

$\frac{7}{4} = \frac{7 \times 5}{4 \times 5} = \frac{35}{20}$

$\frac{8}{5} = \frac{8 \times 4}{5 \times 4} = \frac{32}{20}$

$\frac{35}{20} > \frac{32}{20}$

$\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{4}$

$2 \times 2 = 4$

$\frac{3}{2} = \frac{3 \times 2}{2 \times 2} = \frac{6}{4}$

$\frac{5}{4} < \frac{6}{4}$

Vidéo-Méthode
Additions et soustractions de fractions
www.lienmini.fr/345-210

Règle d'addition et de soustraction :

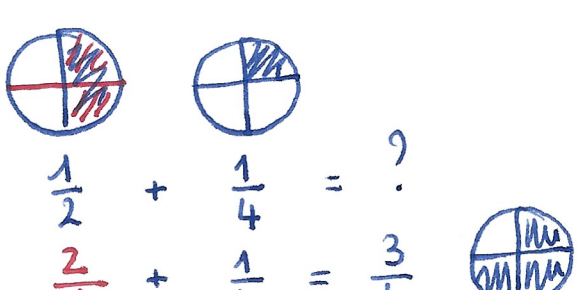
- Pour additionner (ou pour soustraire) deux quotients de **même dénominateur**, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on conserve le dénominateur commun.
- Pour additionner (ou pour soustraire) deux quotients de **dénominateurs différents**, on les écrit avec le même dénominateur (on dit qu'on les réduit au même dénominateur).

Exemples : Additionner les fractions suivantes.

$\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{2+5}{3} = \frac{7}{3}$

$\frac{2}{5} + \frac{2}{4} = \frac{8}{20} + \frac{10}{20} = \frac{18}{20}$

$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{8}{20}$ $\quad \frac{2}{4} = \frac{2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{10}{20}$

$\frac{7}{4} + \frac{5}{4} = \frac{7+5}{4} = \frac{12}{4}$

$\frac{1}{3} + \frac{4}{2} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} + \frac{4 \times 3}{2 \times 3} = \frac{2}{6} + \frac{12}{6} = \frac{14}{6}$