Chapitre 5 – Carrés parfaits et triangles rectangles

Compétences à valider :

- **Connaître les carrés parfaits de 1 à 144**
- **Savoir encadrer la racine carrée d’un nombre positif entre deux entiers.**
- **Savoir donner à l’aide de la calculatrice, une valeur approchée de la racine carrée d’un nombre positif.**
- **Connaître et appliquer le théorème de Pythagore et sa réciproque.**

I. Les carrés parfaits et les racines carrées

Rappel : Soit a un nombre quelconque.

$a \times a$ s’écrit $\boldsymbol{a^2}$ et se lit **« $\boldsymbol{a}$ ________________ ».**

Exemples :

$5^2 =$

$2^2 =$

$10^2 =$

Définition : le carré parfait

On appelle **« le carré parfait de … »** le résultat d’un nombre **entier** au carré.

→ Chaque **carré parfait** est l'**aire d'un carré** dont la longueur des côtés est un nombre entier.

Il est donc possible de représenter un carré parfait par une forme géométrique carrée.

Exemples :

Activité : Voici un tableau que l'on veut compléter.

x^2	5	7	3,1					?
				36	64	2	5,29	

Pouvez-vous tout remplir ? Quelle opération permettrait de remonter dans le tableau ?

Définition : x désigne un nombre **positif.**

La ____________________ de x est le nombre dont le carré est égal à x**.**

Ce nombre se note $\sqrt{x}$ et se lit « ________________________ **de x** ».

Exemple : $2^2 = 4$ donc $\sqrt{4} = 2$ $\qquad$ $10^2 = 100$ donc $\sqrt{100} = 10$

Exercice : A l'aide de la calculatrice calculer les valeurs approchées des nombres suivants.

$\sqrt{2} \approx$ $\qquad$ $\sqrt{3} \approx$ $\qquad$ $\sqrt{5} \approx$

Définition : Racines des carrés parfaits

Lorsque l'on fait la racine d'un **nombre entier** et que l'on obtient à nouveau un **nombre entier** on dit du premier nombre que c'est un ________________________**.**

$$\sqrt{4} = 2 \quad \sqrt{9} = 3 \quad \sqrt{16} = 4 \quad \sqrt{25} = 5 \quad \sqrt{36} = 6 \quad \sqrt{49} = 7$$

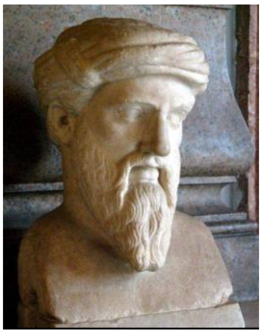
$$\sqrt{64} = 8 \quad \sqrt{81} = 9 \quad \sqrt{100} = 10 \quad \sqrt{121} = 11 \quad \sqrt{144} = 12$$

Méthode : Donner un encadrement d'une racine carrée

Pour encadrer une racine carrée entre deux entiers consécutifs, il faut repérer les racines de carrées parfaits **directement au-dessus et au-dessous** de la racine recherchée.

Exemple : On cherche $\sqrt{20}$ On sait que $16 < 20 < 25$ Donc on aura $\sqrt{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25}$ D'où $4 < \sqrt{20} < 5$	**A VOUS**	On cherche $\sqrt{40}$ On sait que ________________________ Donc on aura ________________________ D'où ________________________

II. Le théorème de Pythagore et le calcul de longueur



Pythagore de Samos (570 av JC - 495 av JC) était un célèbre mathématicien et philosophe grec. Il n'a pas découvert son théorème qui était connu des chinois et babyloniens 1 000 ans avant lui, mais il aurait découvert sa formule générale. Il ne semble pas l'avoir prouvé.

Il faut attendre **Euclide** vers le IIIème siècle avant JC pour la première démonstration connue…

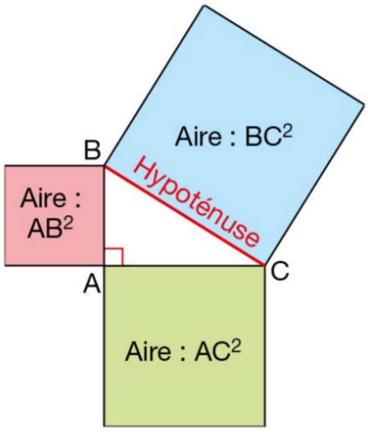
Théorème de Pythagore :

Dans un **triangle rectangle,** ______________________

____

____

____



Exemple : Soit ABC est un triangle rectangle en A.

Quelle égalité obtient-on d'après le théorème de Pythagore ?

____

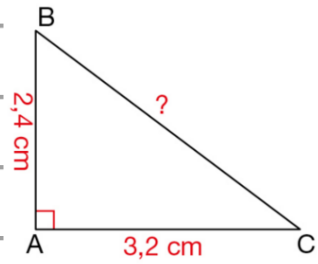
____

____

____

➔ Le théorème de Pythagore permet de **calculer la longueur d'un côté** d'un triangle rectangle **si on a** ______________________

Exemples : 1) Soit le triangle ABC rectangle en A. Calculer la longueur de l'hypoténuse.



____

____

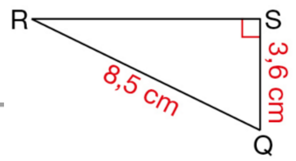
____

____

____

____

2) Soit le triangle RSQ rectangle en S. Calculer la longueur du côté RS.



III. La réciproque du théorème de Pythagore et ses applications

Propriété : la réciproque du théorème de Pythagore

Si dans un triangle, la somme des carrés des longueurs de deux petits côtés est égale au carré de la longueur du troisième côté, **alors ce triangle est** ________________________

→ La **réciproque** de Pythagore permet de démontrer si un triangle ________________________

Exemples : 1) Soit un triangle ABC de côté AB=3cm, BC=4cm et AC=5cm. Le triangle ABC est-il rectangle ?

2) Soit un triangle MON tel que MO = 4,8 cm, MN = 7,2 cm et ON = 5,5 cm. Est-ce-que ce triangle est rectangle ?