

Chapitre 5 – Carrés parfaits et triangles rectangles

Compétences à valider :

- Connaître les carrés parfaits de 1 à 144
- Savoir encadrer la racine carrée d'un nombre positif entre deux entiers.
- Savoir donner à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de la racine carrée d'un nombre positif.
- Connaître et appliquer le théorème de Pythagore et sa réciproque.

I. Les carrés parfaits et les racines carrées

Rappel : Soit a un nombre quelconque.

$a \times a$ s'écrit a^2 et se lit « a _____ ».

Exemples : $5^2 =$

$2^2 =$

$10^2 =$

Définition : le carré parfait

On appelle « le carré parfait de ... » le résultat d'un nombre entier au carré.

→ Chaque carré parfait est l'aire d'un carré dont la longueur des côtés est un nombre entier.

Il est donc possible de représenter un carré parfait par une forme géométrique carrée.

Exemples :



Activité : Voici un tableau que l'on veut compléter.

x^2	5	7	3,1					?
				36	64	2	5,29	

Pouvez-vous tout remplir ? Quelle opération permettrait de remonter dans le tableau ?

Définition : x désigne un nombre **positif**.

La _____ de x est le nombre dont le carré est égal à x .

Ce nombre se note \sqrt{x} et se lit « _____ de x ».

Exemple : $2^2 = 4$ donc $\sqrt{4} = 2$

$10^2 = 100$ donc $\sqrt{100} = 10$

Exercice : A l'aide de la calculatrice calculer les valeurs approchées des nombres suivants.

$$\sqrt{2} \approx$$

$$\sqrt{3} \approx$$

$$\sqrt{5} \approx$$

Définition : Racines des carrés parfaits

Lorsque l'on fait la racine d'un nombre entier et que l'on obtient à nouveau un **nombre entier** on dit du premier nombre que c'est un

$$\sqrt{4} = 2 \quad \sqrt{9} = 3 \quad \sqrt{16} = 4 \quad \sqrt{25} = 5 \quad \sqrt{36} = 6 \quad \sqrt{49} = 7$$

$$\sqrt{64} = 8 \quad \sqrt{81} = 9 \quad \sqrt{100} = 10 \quad \sqrt{121} = 11 \quad \sqrt{144} = 12$$

Méthode : Donner un encadrement d'une racine carrée

Pour encadrer une racine carrée entre deux entiers consécutifs, il faut repérer les racines de carrés parfaits directement au-dessus et au-dessous de la racine recherchée.

Exemple : On cherche $\sqrt{20}$

On sait que $16 < 20 < 25$

Donc on aura $\sqrt{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25}$

D'où $4 < \sqrt{20} < 5$

A VOUS

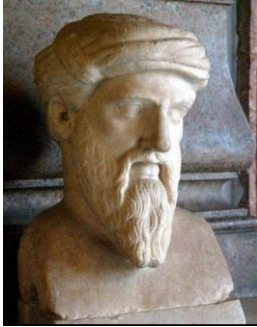
On cherche $\sqrt{40}$

On sait que -----

Donc on aura -----

D'où -----

II. Le théorème de Pythagore et le calcul de longueur

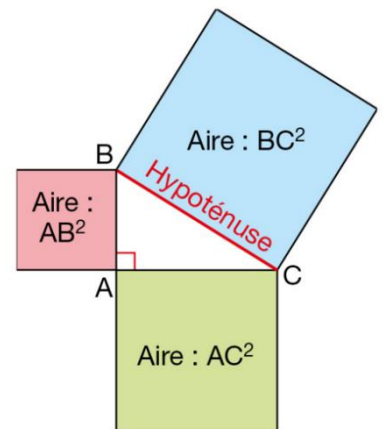


Pythagore de Samos (570 av JC - 495 av JC) était un célèbre mathématicien et philosophe grec. Il n'a pas découvert son théorème qui était connu des chinois et babyloniens 1 000 ans avant lui, mais il aurait découvert sa formule générale. Il ne semble pas l'avoir prouvé.

Il faut attendre **Euclide** vers le III^{ème} siècle avant JC pour la première démonstration connue...

Théorème de Pythagore :

Dans un triangle rectangle, -----

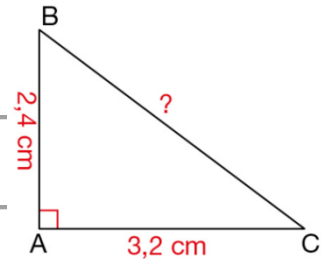


Exemple : Soit ABC est un triangle rectangle en A .

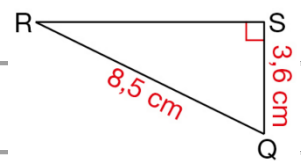
Quelle égalité obtient-on d'après le théorème de Pythagore ?

→ Le théorème de Pythagore permet de **calculer la longueur d'un côté**
d'un triangle rectangle **si on a**

Exemples : 1) Soit le triangle ABC rectangle en A. Calculer la longueur de l'hypoténuse.



2) Soit le triangle RSQ rectangle en S. Calculer la longueur du côté RS.



III. La réciproque du théorème de Pythagore et ses applications

Propriété : la réciproque du théorème de Pythagore

Si dans un triangle, la somme des carrés des longueurs de deux petits côtés est égale au carré de la longueur du troisième côté, alors ce triangle est _____

→ La **réciproque** de Pythagore permet de démontrer si un triangle _____

Exemples : 1) Soit un triangle ABC de côté $AB=3\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$ et $AC=5\text{cm}$. Le triangle ABC est-il rectangle ?

2) Soit un triangle MON tel que $MO = 4,8 \text{ cm}$, $MN = 7,2 \text{ cm}$ et $ON = 5,5 \text{ cm}$. Est-ce-que ce triangle est rectangle ?
