Chapitre 4 – Les nombres rationnels

Compétences à valider :

- Connaître la notion de nombres premiers.
- Ecrire des fractions égales.
- Additionner/soustraire des écritures fractionnaires de nombres relatifs
- Multiplier et diviser des écritures fractionnaires de nombres relatifs.
- Connaître l'inverse d'une fraction.

I. Rappels : Reconnaitre un multiple, un diviseur et un nombre premier

Définition : Multiple et diviseur d'un nombre

Un nombre entier a est un ______________ d'un nombre entier b non nul si le reste r de la division euclidienne de a par b est **égal à 0.**

On dira alors que b est un ______________ de a ou que a est ___________________ b.

Exemples :

Les

Table de 2	Table de 3
2 x 1 = 2	3 x 1 = 3
2 x 2 = 4	3 x 2 = 6
2 x 3 = 6	3 x 3 = 9
2 x 4 = 8	3 x 4 = 12
2 x 5 = 10	3 x 5 = 15
2 x 6 = 12	3 x 6 = 18
2 x 7 = 14	3 x 7 = 21
2 x 8 = 16	3 x 8 = 24
2 x 9 = 18	3 x 9 = 27
2 x 10 = 20	3 x 10 = 30

Les

Propriété : les critères de divisibilité

Un nombre entier est divisible :

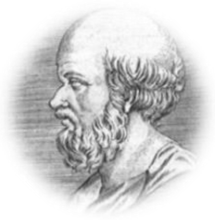
- **Par 2** lorsqu'il se termine par ______________
- **Par 5** lorsqu'il se termine par ______________
- **Par 10** lorsqu'il se termine par ______________
- **Par 4** lorsque le nombre formé par ____
- **Par 3** lorsque ____
- **Par 9** lorsque ____

Exemples : 540

Définition :

Un **nombre premier** est un nombre entier qui n'a que deux diviseurs, ____________

➔ On ne peut pas diviser un nombre premier par un autre entier que 1 et lui-même.



Ératosthène de Cyrène (IIIème siècle av. J.C.) est un astronome, géographe, philosophe et mathématicien grec.
Son crible est une méthode qui permet de déterminer par exclusion tous les nombres premiers

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Il nous reste les nombres premiers de 1 à 100 qui sont ________________________________

____

Propriété : Décomposer en produit de facteurs premiers

Tout nombre **entier** supérieur ou égal à deux admet une ____________________________

____

➔ Tous les nombres entiers peuvent se décomposer en une unique suite de petites multiplications.

Exemples : Décomposer 68 et 936

II. Nombres rationnels, simplification et comparaison

Définition : Le nombre rationnel

Un nombre **rationnel** est un nombre que l'on peut écrire sous la forme d'une fraction $\frac{a}{b}$ avec a un nombre **entier relatif** et b un nombre **entier positif différent de 0**.

$$\frac{a}{b}$$

Exemples :

Propriété : Obtenir des fractions équivalentes

Une fraction ne change pas si on **multiplie ou si on divise le numérateur et le diviseur par** ______________________________.

On obtient **alors une fraction équivalente.**

Exemples :

Règle de simplification :

Pour simplifier des fractions, on peut **décomposer le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers.** Puis il suffit de simplifier les produits **en enlevant le même facteur au dénominateur et au numérateur.**

Exemples : Simplifier la fraction $\frac{330}{260}$

Règles de comparaison de deux fractions :

- Pour comparer deux quotients de dénominateurs différents, on les met d'abord sur le ________________________________.
- Un nombre négatif est **plus** ____________ qu'un nombre positif.
- De deux nombres positifs, le **plus petit** est celui qui a la **plus** _______ **distance à zéro.**
- De deux nombres négatifs, le **plus petit** est celui qui a la **plus** ______ **distance à zéro.**

Exemples : On veut comparer $\frac{4}{22}$ et $\frac{10}{13}$ puis $\frac{15}{20}$ et $\frac{12}{16}$.

III. Additionner et soustraire des nombres rationnels

Règle d'addition et de soustraction :

- Pour additionner (ou pour soustraire) deux quotients de **même dénominateur**, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on conserve le dénominateur commun.
- Pour additionner (ou pour soustraire) deux quotients de **dénominateurs différents,** on les écrit avec le même dénominateur (on dit qu'on les réduit au même dénominateur).

Exemples :

$\frac{7}{8}+\frac{15}{8}=$

$\frac{12}{3}-\frac{6}{3}=$

$\frac{5}{15}+\frac{1}{2}=$

$\frac{7}{8}-\frac{5}{16}=$

IV. Multiplier et diviser des nombres rationnels

Règle de calcul : Multiplication de deux fractions

Pour multiplier deux quotients,

- on multiplie les **numérateurs entre eux**
- on multiplie les **dénominateurs entre eux.**

$$a \times \frac{b}{c} = \frac{a}{1} \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{1 \times c}$$

$$\frac{a}{d} \times \frac{b}{c} = \frac{a}{d} \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{d \times c}$$

Exemples :

$A = -\frac{5}{4{,}5} \times \frac{1}{2} =$

$B = -\frac{5}{8} \times \frac{2}{-3}$

Définition : Inverse d'un nombre relatif :

L'**inverse** d'un nombre relatif a non nul est le nombre qui ______________________

Exemple : $\frac{1}{3}$ est l'inverse de 3 car $\frac{1}{3} \times 3 = 1$

Exercice : Donner l'inverse des nombres suivants :

2 est l'inverse de

$-\frac{1}{3}$ est l'inverse de

Propriété : Diviser par un nombre relatif

Diviser par un nombre relatif non nul revient à ______________________

$$\frac{a}{\frac{b}{c}} =$$

Exemple :

$$\frac{4}{\frac{1}{2}} = 4 \times \frac{2}{1} = 8$$

Exercice : Calculer les quotients suivants :

$\dfrac{\frac{-9}{7}}{-\frac{5}{7}} =$

$\dfrac{\frac{6}{11}}{-\frac{7}{5}} =$