

Chapitre 4 – Les nombres rationnels

Compétences à valider :

- Connaître la notion de nombres premiers.
- Ecrire des fractions égales.
- Additionner/soustraire des écritures fractionnaires de nombres relatifs
- Multiplier et diviser des écritures fractionnaires de nombres relatifs.
- Connaître l'inverse d'une fraction.

I. Rappels : Reconnaître un multiple, un diviseur et un nombre premier

Définition : Multiple et diviseur d'un nombre

Un nombre entier a est un _____ d'un nombre entier b non nul si le reste r de la division euclidienne de a par b est égal à 0.

On dira alors que b est un _____ de a ou que a est _____ b .

Exemples :

Table de 2	Table de 3
$2 \times 1 = 2$	$3 \times 1 = 3$
$2 \times 2 = 4$	$3 \times 2 = 6$
$2 \times 3 = 6$	$3 \times 3 = 9$
$2 \times 4 = 8$	$3 \times 4 = 12$
$2 \times 5 = 10$	$3 \times 5 = 15$
$2 \times 6 = 12$	$3 \times 6 = 18$
$2 \times 7 = 14$	$3 \times 7 = 21$
$2 \times 8 = 16$	$3 \times 8 = 24$
$2 \times 9 = 18$	$3 \times 9 = 27$
$2 \times 10 = 20$	$3 \times 10 = 30$

Les

Les

Propriété : les critères de divisibilité

Un nombre entier est divisible :

- Par 2 lorsqu'il se termine par _____
- Par 5 lorsqu'il se termine par _____
- Par 10 lorsqu'il se termine par _____
- Par 4 lorsque le nombre formé par _____

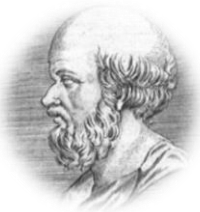
- Par 3 lorsque _____
- Par 9 lorsque _____

Exemples : 540

Définition :

Un **nombre premier** est un nombre entier qui n'a que deux diviseurs,

→ On ne peut pas diviser un nombre premier par un autre entier que **1** et lui-même.



Ératosthène de Cyrène (III^{ème} siècle av. J.C.) est un astronome, géographe, philosophe et mathématicien grec.

Son crible est une méthode qui permet de déterminer par exclusion tous les nombres premiers

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Il nous reste les nombres premiers de **1** à **100** qui sont -----

Propriété : Décomposer en produit de facteurs premiers

Tout nombre **entier** supérieur ou égal à deux admet une _____

→ Tous les nombres entiers peuvent se décomposer en une unique suite de petites multiplications.

Exemples : Décomposer 68 et 936

II. Nombres rationnels, simplification et comparaison**Définition : Le nombre rationnel**

Un nombre **rationnel** est un nombre que l'on peut écrire sous la forme d'une fraction $\frac{a}{b}$ avec a un nombre **entier relatif** et b un nombre **entier positif différent de 0**.

$$\frac{a}{b}$$

The diagram shows the fraction $\frac{a}{b}$ with a blue arrow pointing from the left to the numerator a and another blue arrow pointing from the right to the denominator b .

Exemples :

Propriété : Obtenir des fractions équivalentes

Une fraction ne change pas si on **multiplie** ou si on **divise** le **numérateur** et le **diviseur** par _____.

On obtient **alors** une fraction **équivalente**.

Exemples :

Règle de simplification :

Pour simplifier des fractions, on peut **décomposer** le **numérateur** et le **dénominateur** en **produits de facteurs premiers**. Puis il suffit de **simplifier** les **produits** en **enlevant** le **même facteur** au **dénominateur** et au **numérateur**.

Exemples : Simplifier la fraction $\frac{330}{260}$

Règles de comparaison de deux fractions :

- Pour comparer deux quotients de dénominateurs différents, on les met d'abord sur le _____.
- Un nombre négatif est **plus** _____ qu'un nombre positif.
- De deux nombres positifs, le **plus petit** est celui qui a la **plus** _____ distance à zéro.
- De deux nombres négatifs, le **plus petit** est celui qui a la **plus** _____ distance à zéro.

Exemples : On veut comparer $\frac{4}{22}$ et $\frac{10}{13}$, puis $\frac{15}{20}$ et $\frac{12}{16}$.

III. Additionner et soustraire des nombres rationnels

Règle d'addition et de soustraction :

- Pour additionner (ou pour soustraire) deux quotients de **même dénominateur**, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on conserve le dénominateur commun.
- Pour additionner (ou pour soustraire) deux quotients de **dénominateurs différents**, on les écrit avec le même dénominateur (on dit qu'on les réduit au même dénominateur).

Exemples :

$$\frac{7}{8} + \frac{15}{8} =$$

$$\frac{12}{3} - \frac{6}{3} =$$

$$\frac{5}{15} + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{7}{8} - \frac{5}{16} =$$

IV. Multiplier et diviser des nombres rationnels

Règle de calcul : Multiplication de deux fractions

Pour multiplier deux quotients,

- on multiplie les **numérateurs entre eux**
- on multiplie les **dénominateurs entre eux.**

$$a \times \frac{b}{c} = \frac{a}{1} \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{1 \times c}$$

$$\frac{a}{d} \times \frac{b}{c} = \frac{a}{d} \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{d \times c}$$

Exemples :

$$A = -\frac{5}{4,5} \times \frac{1}{2} =$$

$$B = -\frac{5}{8} \times \frac{2}{-3}$$

Définition : Inverse d'un nombre relatif :

L'**inverse** d'un nombre relatif a non nul est le nombre qui _____

Exemple : $\frac{1}{3}$ est l'inverse de 3 car $\frac{1}{3} \times 3 = 1$

Exercice : Donner l'inverse des nombres suivants :

2 est l'inverse de

$-\frac{1}{3}$ est l'inverse de

Propriété : Diviser par un nombre relatif

Diviser par un nombre relatif non nul revient à _____

$$\frac{a}{\frac{b}{c}} =$$

Exemple :

$$\frac{4}{\frac{1}{2}} = 4 \times \frac{2}{1} = 8$$

Exercice : Calculer les quotients suivants :

$$\frac{\frac{-9}{7}}{\frac{-5}{-7}} =$$

$$\frac{\frac{6}{11}}{\frac{-7}{-5}} =$$