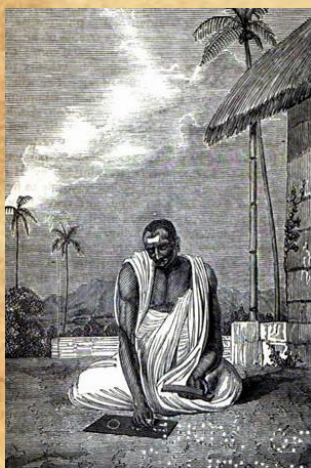


Chapitre 3 – Les nombres relatifs



C'est plus souvent au mathématicien indien **Brahmagupta** (598 ; 660) que l'on attribue la découverte des « nombres » négatifs. Sans justification, il donne des règles de calcul permettant d'expliquer des débits dans les comptes pour les besoins du commerce (vente, dettes, ...) : « *Une dette retranchée du néant devient un bien, un bien retranché du néant devient une dette.* » L'introduction des quantités négatives en occident est cependant difficile. Au XVII^{ème} siècle encore, **Lazare Carnot** (ingénieur et mathématicien français) niait l'existence des nombres négatifs : « *Pour obtenir un nombre négatif, il faudrait ôter quelque chose à rien.* »

A savoir faire pour l'évaluation :

- Connaître l'opposé d'un nombre.
- Additionner / soustraire deux nombres relatifs en écriture décimale.
- Multiplier /diviser des nombres relatifs
- Effectuer une succession d'opérations ; connaître les priorités opératoires.

I. Comparaison de nombres relatifs

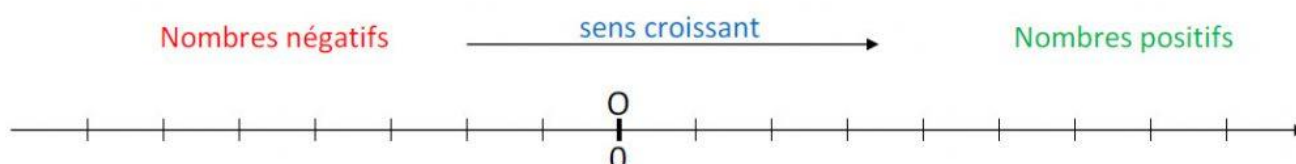
Définition : Les nombres relatifs

L'ensemble de tous les nombres positifs et tous les nombres négatifs s'appelle **l'ensemble des nombres** _____

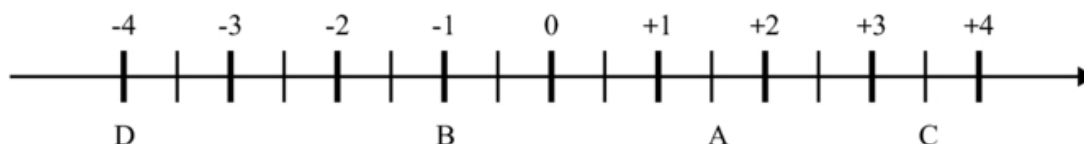
Un nombre sans son signe s'appelle la _____ de ce nombre.

Deux nombres qui ont la **même distance à zéro** mais qui sont de **signes contraires** sont dits des _____

Exemples :



Exemple : Donner la distance à zéro des nombres relatifs suivants.



II. Addition et soustraction de nombres relatifs

Règle de calcul sans parenthèses des deux nombres relatifs :

- Pour deux nombres relatifs de **même signe** :
 - on **garde le signe** commun ;
 - on **additionne leurs distances à zéro**.
- Pour deux nombres relatifs de **signe contraire** :
 - on **conserve le signe** de celui qui a la **plus grande distance à zéro** ;
 - on **soustrait** la plus petite distance à zéro de la plus grande.

Nombres de même signe

$$A = + 2 + 4 =$$

$$B = - 2 - 3 =$$

Nombres de signes différents

$$C = - 5 + 7 =$$

$$D = + 6 - 9 =$$

Règle de calcul sans parenthèses d'une expression :

Lorsqu'on calcule une expression, on additionne les **nombres positifs entre eux** et on additionne les **nombres négatifs entre eux** pour obtenir un calcul de deux nombres relatifs.

Exemples : $E = -4 + 3 + 7 - 13 + 8 - 5$

Simplification d'écriture : La règle des signes

En mathématiques, il est **interdit** de laisser deux signes côte à côte sans mettre des parenthèses. Cependant, on peut simplifier l'écriture en **supprimant les parenthèses** :

$$2 + (+3) \text{ devient } 2 + 3$$

$$4 + (-5) \text{ devient } 4 - 5$$

$$6 - (+7) \text{ devient } 6 - 7$$

$$8 - (-9) \text{ devient } 8 + 9$$

Exemples : $G = 15 - (+14)$

$H = (+4) + (-11)$

Méthode de calcul des sommes algébriques :

- On commence par **simplifier l'écriture** en se débarrassant des parenthèses de signes.
 - **On regroupe** les nombres positifs puis les nombres négatifs
 - On ajoute les nombres **positifs entre eux** et les nombres **négatifs entre eux**.
 - On calcule la **dernière soustraction**.
- **Il faut commencer par effectuer les calculs entre parenthèses s'il y en a !**

Exemples :

$$I = +13 + (-5) - (-8) =$$

$$J = -15 - (+14) + (-15) - (-20) =$$

$$K = +4 + (-11) - (+3) =$$

III. Multiplication et division de nombres relatifs**A) La multiplication****Règle des signes :**

- La multiplication de deux nombres relatifs de **même signe** donne un résultat _____.
- La multiplication de deux nombres relatifs de **signe contraire** donne un résultat _____

Signe du 1 ^{er} nombre	+	+	-	-
Signe du 2 ^{ème} nombre	+	-	+	-
Signe du produit	+	-	-	+

Règle de calcul d'un produit de deux nombres relatifs :

Pour calculer le produit de deux nombres relatifs :

- 1) on détermine **son signe** avec la règle des signes ;
- 2) on **multiplie les distances à zéro** des deux nombres.

Exemples :

$$A = -4 \times (-2,5) =$$

$$B = 0,2 \times (-14) =$$

Règle de calcul pour plusieurs nombres relatifs :

- On compte le nombre de facteurs négatifs :
 - Si le nombre de facteurs négatifs est **pair**, alors le produit sera _____.
 - Si le nombre de facteurs négatifs est **impair**, alors le produit sera _____.
- On procède par étapes successives en prenant à chaque fois les nombres deux à deux.

Exemples :

$$C = 4 \times (-3) \times 3$$

$$D = -2 \times (-5) \times (-3)$$

$$E = -7 \times 4 \times (-2)$$

Cas particuliers :

- Un produit de deux facteurs est **nul**, si et seulement si, l'un des facteurs au moins est **nul**.
- Multiplier un nombre **par -1** revient à prendre **l'opposé**.

Exemples :

- $6 \times (-3) \times 0 \times 10 \times (12) =$
- $(-1) \times (-10) =$

B) La division**Règle de signes :**

- La division de deux nombres relatifs de **même signe** donne un résultat **positif**.
- La division de deux nombres relatifs de **signe contraire** donne un résultat **négatif**.

Règle de calcul d'un quotient de deux nombres relatifs :

Pour calculer le quotient de deux nombres relatifs :

- 1) on détermine **son signe** avec la règle des signes ;
- 2) on divise **les distances à zéro** des deux nombres.

Exemples :

$$F = \frac{-30}{-4} =$$

$$H = \frac{4}{-12} =$$

$$G = 65 \div (-5) =$$

$$I = 76 \div 4 =$$

Rappel sur l'ordre des opérations :

Dans une expression numérique avec plusieurs opérations, on effectue **d'abord celles entre parenthèses**, puis **les multiplications et divisions**, enfin **les additions et les soustractions**.

Exemples :

$$J = (-3) - 2 \times (-4)$$

$$K = (-6) \div 2 + 10$$

$$L = (-3 + (-8) \div 4) \times 7$$

$$M = 4 \times (-3) \div 6 + (-5)$$

$$P = \frac{5+(-4)}{3}$$

$$Q = \frac{-150}{2-27}$$