

## Chapitre 3 – Les nombres relatifs



C'est plus souvent au mathématicien indien **Brahmagupta** (598 ; 660) que l'on attribue la découverte des « nombres » négatifs. Sans justification, il donne des règles de calcul permettant d'expliquer des débits dans les comptes pour les besoins du commerce (vente, dettes, ...) : « Une dette retranchée du néant devient un bien, un bien retranché du néant devient une dette. » L'introduction des quantités négatives en occident est cependant difficile. Au XVII<sup>ème</sup> siècle encore, **Lazare Carnot** (ingénieur et mathématicien français) niait l'existence des nombres négatifs : « Pour obtenir un nombre négatif, il faudrait ôter quelque chose à rien. »

### Compétences à valider :

- Connaître l'opposé d'un nombre.
- Additionner / soustraire deux nombres relatifs en écriture décimale.
- Multiplier /diviser des nombres relatifs
- Effectuer une succession d'opérations ; connaître les priorités opératoires.

### I. Comparaison de nombres relatifs

#### Définition : Les nombres relatifs

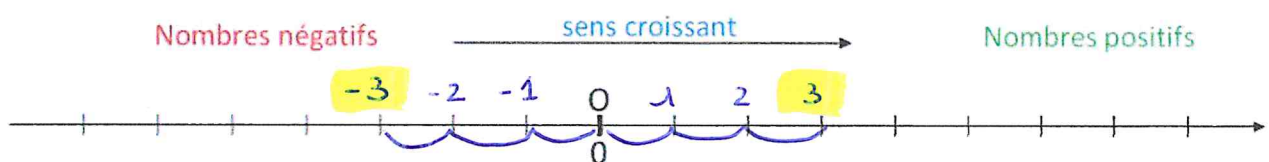
L'ensemble de tous les nombres positifs et tous les nombres négatifs s'appelle **l'ensemble des nombres relatifs**

Un nombre sans son signe s'appelle la **distance à zéro** de ce nombre.

Deux nombres qui ont la **même distance à zéro** mais qui sont de **signes contraires** sont dits des **nombres opposés**

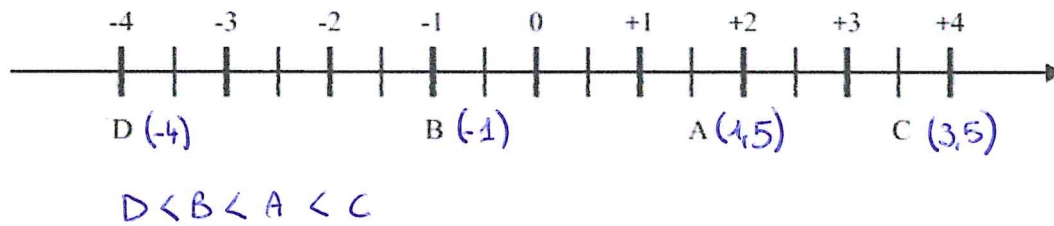
ex 1

#### Exemples :



-3 et 3 ont **même distance à zéro**, ce sont des nombres **opposés**

**Exemple :** Donner la distance à zéro des nombres relatifs suivants, puis ranger les abscisses des points par ordre croissant :



## II. Addition et soustraction de deux nombres relatifs

### Règle de calcul pour l'addition :

- Pour additionner deux nombres relatifs de **même signe**, on **garde le signe** commun et on **additionne leurs distances à zéro**.
- Pour additionner deux nombres relatifs de **signe contraire** :
  - on **conserve le signe** de celui qui a la plus grande distance à zéro ;
  - on **soustrait** la plus petite distance à zéro de la plus grande.

ex 2, 3, 4<sup>\*\*</sup>

### Exemples :

#### Nombres de même signe

$$A = +2 + (+4) = 2 + 4 = 6$$

$$B = -2 + (-3) = -(2+3) = -5$$

#### Nombres de signes différents

$$C = -5 + (+7) = 7 - 5 = 2$$

$$D = +6 + (-9) = -(9-6) = -3$$

**Remarque :** La somme de deux nombres **opposés** vaut 0.

### Exemple :

$$3 + (-3) = 0$$

$$\begin{array}{l} + (+) \\ - (-) \end{array} \rightarrow +$$

### Règle de calcul de la soustraction :

Pour soustraire un nombre relatif, on **ajoute son opposé**.

Par conséquent, **soustraire une valeur négative c'est ajouter son opposé !**

$$2 - (-3) = 2 + 3 = 5$$

ex 5, 6, 7

### Exemples :

$$E = -2 - (-3) = -2 + 3 = 3 - 2 = 1$$

$$G = -15 - (-20) = -15 + 20 = 20 - 15 = 5$$

$$F = +4 - (+6) = 4 - 6 = -2$$

$$H = +5 - (+6) = 5 - 6 = -1$$



### Méthode de calcul des sommes algébriques :

- On commence par **simplifier l'écriture** en se débarrassant des parenthèses.
- On regroupe** les nombres positifs puis les nombres négatifs
- On ajoute les nombres **positifs entre eux** et les nombres **négatifs entre eux**.
- On calcule la **dernière soustraction**.

ex 8, 9, 10

### Exemples :

$$I = +13 + (-5) - (-8) = 13 - 5 + 8 = (13 + 8) - 5 = 21 - 5 = 16$$

$$J = -15 - (+14) + (-15) - (-20) = -15 - 14 - 15 + 20 = 20 - (15 + 14 + 15) = 20 - 44 = -24$$

$$K = +4 + (-11) - (+3) = 4 - 11 - 3 = 4 - (11 + 3) = 4 - 14 = -10$$

## III. Multiplication et division de nombres relatifs

### A) La multiplication

#### Règle des signes :

- La multiplication de deux nombres relatifs de **même signe** donne un résultat positif.
- La multiplication de deux nombres relatifs de **signe contraire** donne un résultat négatif.

Signe du 1 <sup>er</sup> nombre	+	+	-	-
Signe du 2 <sup>ème</sup> nombre	+	-	+	-
Signe du produit	<b>+</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>+</b>

#### Règle de calcul d'un produit de deux nombres relatifs :

Pour calculer le produit de deux nombres relatifs :

- on détermine **son signe** avec la règle des signes ;
- on **multiplie les distances à zéro** des deux nombres.

ex 11, 12, 13 \*\*

### Exemples :

$$A = -4 \times (-2,5) = + (4 \times 2,5) = 10$$

$$B = 0,2 \times (-14) = - (0,2 \times 14) = -2,8$$

**Règle de calcul pour plusieurs nombres relatifs :**

- On compte le nombre de facteurs négatifs :
  - Si le nombre de facteurs négatifs est **pair**, alors le produit sera positif.
  - Si le nombre de facteurs négatifs est **impair**, alors le produit sera négatif.
- On procède par étapes successives en prenant à chaque fois les nombres deux à deux.

**Exemples :**

$$C = 4 \times (-3) \times 3$$

$$C = -12 \times 3$$

$$C = -36$$

$$D = (-2) \times (-5) \times (-3)$$

$$D = -10 \times 3$$

$$D = -30$$

$$E = (-7) \times 4 \times (-2)$$

$$E = 28 \times 2$$

$$E = 56$$

ex 14, 15, 16\*

**Cas particuliers :**

- Un produit de deux facteurs est **nul**, si et seulement si, l'un des facteurs au moins est **nul**.
- Multiplier un nombre **par -1** revient à prendre **l'opposé**.

**Exemples :**

$$6 \times (-3) \times 0 \times 10 \times (12) = 0$$

$$(-1) \times (-10) = 10$$

**B) La division****Règle de signes :**

- La division de deux nombres relatifs de **même signe** donne un résultat **positif**.
- La division de deux nombres relatifs de **signe contraire** donne un résultat **négatif**.

**Règle de calcul d'un quotient de deux nombres relatifs :**

$$\frac{+}{+} \rightarrow + \quad \frac{-}{-} \rightarrow +$$

Pour calculer le quotient de deux nombres relatifs :

- on détermine **son signe** avec la règle des signes ;
- on divise **les distances à zéro** des deux nombres.

$$\frac{+}{-} \rightarrow - \quad \frac{-}{+} \rightarrow -$$

ex 14, 18, 19

**Exemples :**

$$F = \frac{-30}{-4} = + \frac{30}{4} = 7,5$$

$$H = \frac{4}{-12} = - \frac{4}{12} = - \frac{1}{3} \approx -0,33\dots$$

$$G = 65 \div (-5) = -(65 \div 5) = -13$$

$$I = 76 \div 4 = 19$$

**Rappel sur l'ordre des opérations :**

Dans une expression numérique avec plusieurs opérations, on effectue **d'abord celles entre parenthèses**, puis **les multiplications et divisions**, enfin **les additions et les soustractions**.

$( ) \times +$   
 $( ) \div -$

ex 20<sup>\*\*\*</sup>, 21, 22

**Exemples :**

$$J = (-3) - 2 \times (-4)$$

$$J = (-3) - (-8)$$

$$J = (-3) + 8$$

$$J = 8 - 3$$

$$J = 5$$

$$K = (-6) \div 2 + 10$$

$$K = -3 + 10$$

$$K = 10 - 3$$

$$K = 7$$

$$L = (-3 + (-8) \div 4) \times 7$$

$$L = (-3 + (-2)) \times 7$$

$$L = (-3 - 2) \times 7$$

$$L = (-5) \times 7$$

$$L = -35$$

$$M = 4 \times (-3) \div 6 + (-5)$$

$$M = -12 \div 6 - 5$$

$$M = -2 - 5$$

$$M = -7$$

$$P = \frac{5 + (-4)}{3}$$

$$P = \frac{5 - 4}{3}$$

$$P = \frac{1}{3}$$

$$Q = \frac{-150}{2 - 27}$$

$$Q = \frac{-150}{-25}$$

$$Q = + \frac{150}{25}$$

$$Q = 6$$