

## Chapitre 2 : Initiation à la démonstration

### Les triangles égaux

#### A savoir faire pour l'évaluation :

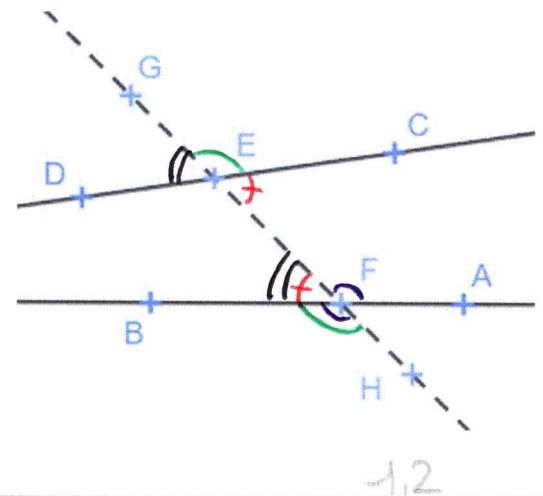
- Connaître le vocabulaire des angles et des triangles.
- Connaître les propriétés des triangles égaux.
- Savoir démontrer en se servant des propriétés la nature d'un triangle.

### I. Angles et droites parallèles

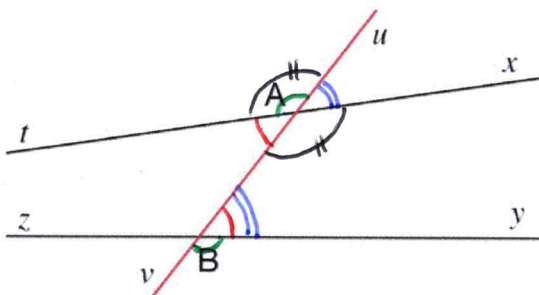
#### Définitions des angles :

Soient les droites (AB) et (CD) qui ne sont pas parallèles et une droite (GH) sécante.

- Les angles alternes-internes sont situés de part et d'autre de la sécante et à l'intérieur de la bande.
- Les angles alternes-externes sont situés de part et d'autre de la sécante et à l'extérieur de la bande.
- Les angles correspondants sont situés d'un même côté de la sécante.
- Les angles opposés par le sommet sont situés de part et d'autre d'un sommet, l'un en face de l'autre.



**Exemple :** En observant les droites ci-dessous, donner des couples d'angles :

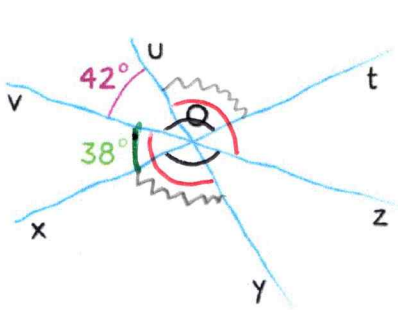


- Alternes-internes :  $\hat{A}B$  et  $\hat{A}By$
- Alternes-externes :  $\hat{u}At$  et  $\hat{v}By$
- Correspondants :  $\hat{u}Ax$  et  $\hat{A}By$
- Opposés par le sommet :  $\hat{u}At$  et  $\hat{x}By$

#### Propriété 1 :

Si deux angles sont **opposés par le sommet** alors ils ont la même mesure.

**Exemple :** les droites  $(tx)$ ,  $(vz)$ ,  $(uy)$  sont concourantes en O. Dans chaque cas, citer l'angle opposé par le sommet et donner sa mesure :



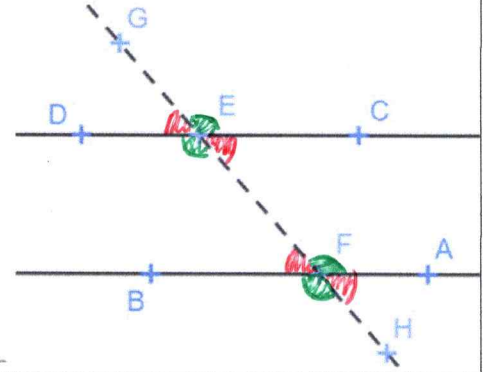
- a)  $\widehat{xOv} = \widehat{tOz} = 38^\circ$   
 b)  $\widehat{xOz} = \widehat{tOv} = 180 - 38 = 142^\circ$   
 c)  $\widehat{uOz} = \widehat{vOy} = 180 - 42 = 138^\circ$   
 d)  $\widehat{tOu} = \widehat{xOy} = 180 - 42 - 38 = 180 - 80 = 100^\circ$

### Propriété 2 :

Si deux droites **parallèles** sont coupées par une sécante alors :

- Les angles **alternes-internes**,
- Les angles **alternes-externes**,
- Les angles **correspondants**,

Ont même mesure.....

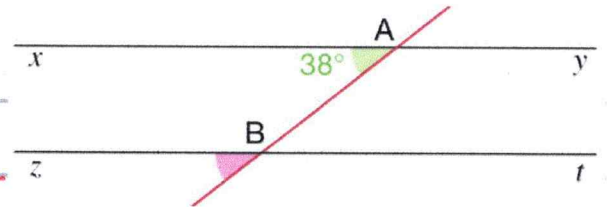


ex 3,4

**Exemple :** La droite  $(lm)$  coupe les droites parallèles  $(xy)$  et  $(zt)$  respectivement en A et en B.

Donner la mesure de l'angle  $\widehat{zBm}$ .

Puisque les droites  $(xy)$  et  $(zt)$  sont  
parallèles alors les angles correspondants  
 $\widehat{xAB}$  et  $\widehat{zBm}$  sont égaux  
 $\widehat{xAB} = \widehat{zBm} = 38^\circ$

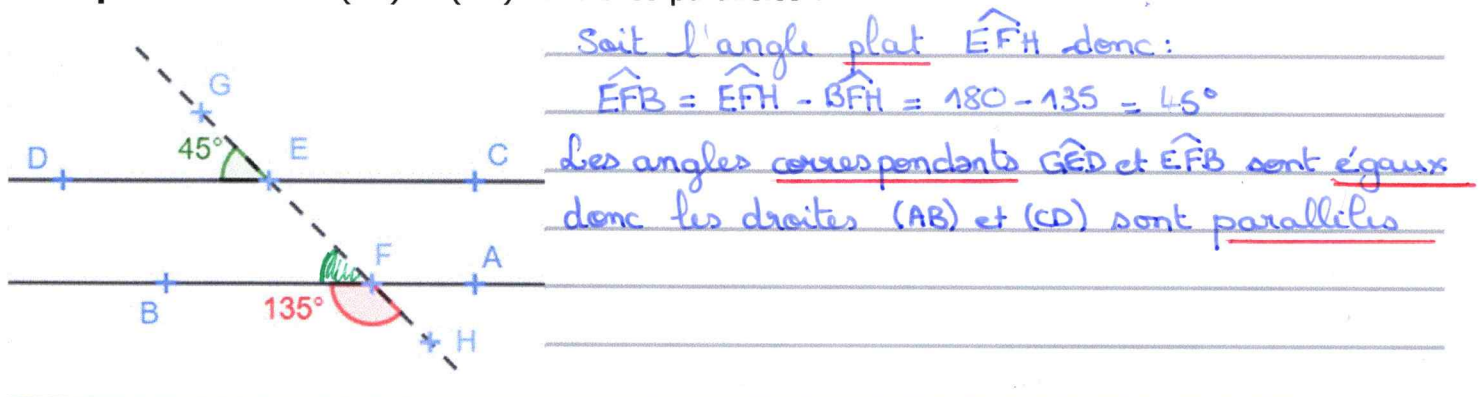


### Propriété 3 :

Si deux droites coupées par une sécante forment **deux angles alternes-internes de même mesure**, alors ces droites sont parallèles.....

ex 5,6

**Exemple :** Les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont-elles parallèles ?

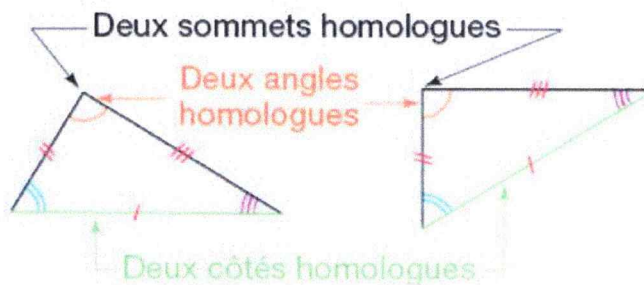


## II. Triangles et cas d'égalité

### Définition : les triangles égaux

Des triangles **égaux** sont des triangles **superposables**, c'est-à-dire qui ont :

- des **côtés** deux à deux de ...même mesure...
- des **angles** deux à deux de ...même mesure...



Les angles, côtés ou sommets superposables sont dit ...égaux...

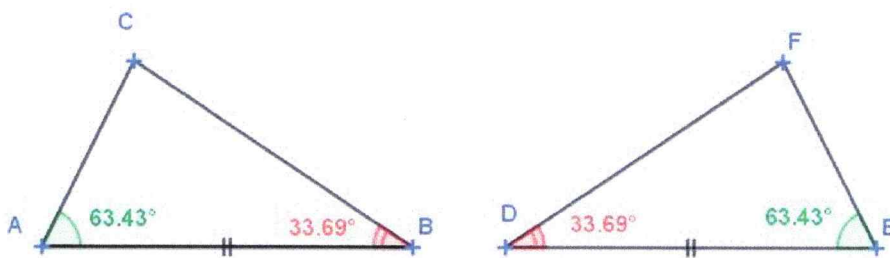
7, 8

### Propriété : Premier cas d'égalité (une égalité de côté)

Si deux triangles ont **un côté de même longueur** et des **angles adjacents à ce côté deux à deux de même mesure**, alors ces deux triangles sont égaux

9, 10

**Exemple :** Que peut-on dire sur les triangles ABC et DEF.



Dans les triangles ABC et DEF, on a : (où on travaille)

1)  $[AB] = [DE]$

2)  $\widehat{FDE} = \widehat{CBA}$

3)  $\widehat{CAB} = \widehat{FED}$

3 égalités

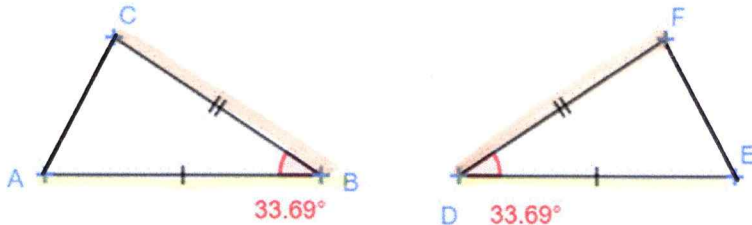
donc d'après le premier cas d'égalité des triangles, les triangles ABC et EDF sont égaux.

**Propriété : Deuxième cas d'égalité**

Si deux triangles ont **un angle de même mesure** compris entre **deux côtés deux à deux de même longueur**, alors ces deux triangles sont égaux.

ex 11, 12

**Exemple :** Que peut-on dire sur les triangles ABC et DEF ?



Dans les triangles ABC et FED, on a :

$$\bullet) [AB] = [DE]$$

$$\bullet) [BC] = [FE]$$

$$\bullet) \widehat{ABC} = \widehat{FED}$$

3 égalités

quel cas

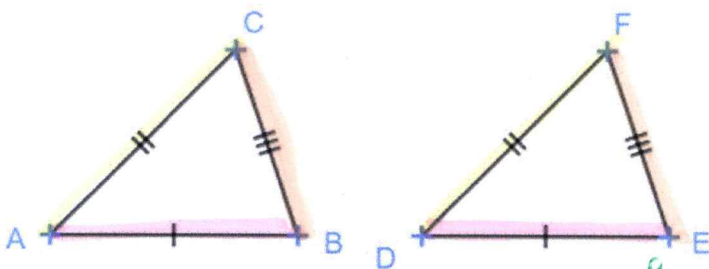
donc d'après le deuxième cas d'égalité des triangles, les triangles ABC et FED sont égaux.

**Propriété : Troisième cas d'égalité**

Si deux triangles ont **leurs côtés deux à deux de même longueur**, alors ces deux triangles sont égaux.

ex 13

**Exemple :** Soit les triangles ABC et DEF. Observez la figure et concluez.



Dans les triangles ABC et DEF,

on a :

$$\bullet) [AB] = [DE]$$

$$\bullet) [AC] = [DF]$$

$$\bullet) [BC] = [FE]$$

3 égalités

quel cas

donc d'après le 3<sup>ème</sup> cas d'égalité des triangles, les triangles ABC et DEF sont égaux.